

CURSUS MATHEMATICI  
PARS SECUNDA,

in quâ proponitur

ARITHMETICA

Generalis & Specialis, ex classicis  
Authoribus methodicè collecta, usuiq; tam vul-  
gari, quàm Philosophico accommo-  
data,

*operâ & studio*

M. JOACHIMI SCHE-  
LENII,

Mathematicum in Regiâ Academiâ  
GUSTAVIANâ Professoris Ordini-  
narij,

*Accefferunt Ejusdem*

duo Calculi compendia,

RHABDOLOGIA NEPERIANA,

*&*  
Rudimenta

PRAXIS ITALICÆ

REVALIÆ,

Summibus Authoris.

Excusa per Adolphum Simonis.

Anno 1665.

BIBLIOTH.  
ACADEM.  
DORPAT.

S. REGIÆ MAJESTATIS  
Regnorumq; Sveciæ ac Gothiæ Senatori-  
bus Inclutis

ILLUSTRISIMIS ET GENEROSIS-  
SIMIS HEROIBUS AC DOMINIS,

DN. PETRO BRUNHE / Comiti  
de Wisingsborgh / L. Baroni in Cajania, Do-  
mino in Nydboheln / Wrahelinnæ & Woge-  
fund / Regni Sveciæ Archidapifero, almæ Ju-  
stitiæ per Sveciam, Finlandiam ilsq; adjun-  
ctas provincias Directori Generali, & Judici  
Provinciali Westmanniæ, Bergslagen &  
Dahlern / etc.

DN. CAROLO GUSTAVO  
WRANGEL, Comiti in Salmis,  
L. Baroni in Lindenbergh & Eudenhoff / Do-  
mino in Stoghtloster / Brehmer-Behrde / Wran-  
gelsburg / Spyster / Etebnhoff & Rostorp. Re-  
gni Sveciæ Archimarschallo, per Pomeraniæ  
Gubernatori Generali, Judiciq; Provinciali  
Uplandiæ, &c.

DN. GUSTAVO OTTONI  
STEENBOCK, Comiti in Bogesfund /  
L. Baroni in Kronebäck & Dresteen / Domino  
in Torpa & Ichna. Regni Sveciæ Archithalaf-  
siarchæ, nec non Judici Provinciali in We-  
ster-Nordland / Lap-Marek / Herriedahl &  
Templand / etc.

DN. MAGNO GABRIELI DE LA  
GARDIE, Comiti in Lethö / Arenis-  
burgi & Pernoviæ, L. Baroni in Eteholm /  
Domino in Hapsal / Helmer / Magnushoff /  
Wennegarten & Høpenderff / Regni Sveciæ  
Cancellario, Judici Provinciali Westro-Goth-  
iæ & Daliz nec nou Academiæ Upsalien-  
sis Cancellario Magnificentissimo, &c.

DN. GUSTAVO BONDE,  
L. Baroni in Lathala / Domino in E pelunda /  
Häfsleby / Toffraholm & Årnsberg. Regni  
Sveciæ Archithesaurario, & Judici  
Provinciali Ostro-Gothiæ  
&c.

Ejusdem S. æ R. iæ M. tis & Regni Do-  
minis Tutoribus Inclutis ;

nec non

Per Illustri & Generosissimo  
DN. GUSTAVO SOOP, L. Baroni  
in Limmingo, Domino in Målshäcker / Stoo-  
re Wiurum & Onstapel / Regni Sveciæ Sena-  
tori & Cameræ Regiæ Consiliario.

DOMINIS SVIS GRATIOSISSIMIS.

631760521

# DEDICATIO.

**I**llustrissimi & Generosissimi Domini, Domini Senatores, Regentes & Dn. Consiliarie Domini Gratosissimi. Non leve est Arithmetices encomiū, qvo prima & dignissima in toto disciplinarum Mathematicarum choro, jure optimo, salutatur. Etenim Arithmetica nullis adjuncta corporū imaginibus, mente solā se colligente nititur; à reliquis disciplinis nihil sumit mutuum, suisq; contenta dotibus nihil alienū requirit. Contra vero aliæ disciplinæ Mathematicæ ab Arithmetica præsidia sæpe repetunt, ita ut ad illarum cognitionem nunquam penetrare liceat, nisi hæc, numerorum cognitione, januam pandat. Usus proinde habet Arithmetica amplissimum, qui sese per totam Mathesin, imo per omnes Facultates, omnesq; vitæ humanæ Status latissimè diffundit, tantā certitudine & evidentia, ut nullus refragari possit. Atq; ideo, vel qualicunq; exercitatione, ingenia acuit, animosq; ad omnium rerum, negotiorumq; ponderationem & actionem perspicaciores, magisq; idor

)1(

neol

# DEDICATIO.

neos reddit. Prima igitur, inter disciplinas Mathematicas particulares, cum sit Arithmetica; patrociniū à Primatibus Regni hujus Sveo-Gothici humillimā subiectione merito petit. Nec instituti ratione aliter facere possum. Cursum enim Mathematicum dum bono publico destinatum, proprijs etiam sumptibus edendū curo, Synopsis totius Matheseos in Circino meo proportionali oculariter monstratam, ad pedes S.æ Reg.æ Maj.tis Deo volente, propediem & quamprimū per proprios sumptus licuerit, submissè sum depositurus. Ordo igitur ad Illustrissimas Excellentias Vestras me jam ducit. Objectum quidem Arithmetica si specto; ab arduis consilijs Regni prorsus alienū; tractatio verò ejusdem indigna videtur, quæ in Augustissimum conspectum vestrum prodire præsumat. At Regiæ Academicæ GUSTAVIANÆ memoriam Illustrissimas Exc.as V.as nondum deposuisse omnino confido. Muneris igitur Professorij, tenuitati meæ in eā ante annos viginti duos commissi, rationem reddendam

)3.

# DEDICATIO.

dendam esse putavi, quo nomen illius, uti  
hactenus, ita impofterum magis magisq; tueri  
possem. Curam quoq; gerunt Illustriff.<sup>ae</sup> Exc.<sup>ae</sup>  
V.<sup>ae</sup> incolumitatis & augmenti quum ingenua-  
rum artium, tum mercaturæ & utilitatis publi-  
cæ; non dedignabuntur igitur gratiofo suo aspe-  
ctu chartaceum hocce monumentum, quo bono  
publico, officij ratione, pro modulo meo litare  
volui. Atq; hac confidentiâ Illustriff.<sup>ae</sup> Exc.<sup>ae</sup>  
V.<sup>ae</sup> hanc Arithmeticam, unâ cum studijs meis  
Mathematicis subjectiffimâ veneratione offero  
dedico, conſecro. Supplicibus precibus à DEO  
T. O. M. contendens, ut Illustriff.<sup>ae</sup> Exc.<sup>ae</sup> V.<sup>ae</sup>  
diu superſtites & incolumes præſtet, Earun-  
demq; conſilia & actiones feliciffimè dirigat,  
roboret, ſecundet in Nominis divini gloriam, in  
Eccleſiæ & rei literariæ emolumentum, in felix  
Regni Sveo-Gothiſci incrementum, & in ſem-  
piternum avitorum Stemmatum decus & hono-  
rem. Dabam Revaliæ die 16 Februarij Anni 1668

Illustriff.<sup>ae</sup> V.<sup>ae</sup> Excellenſiffimæ V.<sup>ae</sup>

*ſubjeâtiſſimus cliens*

M. Joachimus Schelenius,  
Mathematicum in Regiâ Acad.  
GUSTAVIANâ Prof, Ordin.

Benevol

# PRÆFATIO.

Benevolo Lectori Salutem!

**T**Andem in lucem publicam pro-  
dit Arithmetica hæcce, varijs for-  
tunæ ſtatibus in decimum tertium  
uſq; à primo impreſſionis initio  
annum jaçtata, & fere ſubmerſa. Pars  
enim ejusdem Dorpati vix typis excuſa  
incendio, quo vicinæ aliquot ædes con-  
flagrarunt, meumq; tum temporis do-  
micilium ex parte correptum fuit, ægrè  
ſubtracta eſt. Hoc ſtatim excepit penu-  
ria ſumptuum ex oppignoratione bo-  
norum Academicorum, in Ingriâ ſito-  
rum, oriunda, quæ typos ita ſufflami-  
navit, ut continuationis curam haud  
rarè abjecerim. Obfirmavi tamen ani-  
mum contra hæc impedimenta, & qua  
lieuit commoditate, in inſtituto perrexi,  
lento licet gradu. Et jam ultimus oſter-  
nio huius Arithmeticæ prelo ſubjaciebat,  
reſtante ſolummodo titulo & dedicati-  
one, ubi ſæva barbarorum hoſtium ir-  
ruptio Muſas Dorpatenſes ſedibus ſuis  
exturbabat, aliumq; in locum, Dorpato

X iiii

tutio-

# PRÆFATIO

tutiozem , migrare jubebat. Singula igitur Academiae membra salutis suae confulere, equos conducere, sua convasare, quantum liceret exportare, Revaliamq; confugere. Ego ne mihi meisq; deessem, jam Bibliothecam meam qualem qualem, jam supellectilem, jam labores meos Mathematicos, excusamq; Arithmeticam spectare. Omnia cum exportare non possem, quid eligerem deliberare coepi. Tandem Bibliothecam una cum supellectile ære denuo comparabilem esse statui, si DEUS vitæ, studiorumq; usuram post hac concederet. At lucubrationes meæ Mathematicæ si perirent, frustra suscepti essent labores tot annorum, excolendæ pro modulo Mathesi, juvandisq; eius Cultoribus destinati; Frustra in æneas laminas, sculpturam atq; typos factæ impensa; frustrata multorum spes, quam ex prælectionibus meis publicis & præliminaribus distractis conceperant. Solos igitur labores Mathematicos, & inter eos præsertim Arithmeticam hancce expor-

# PRÆFATIO

exportavi, propriâ domo, una cum Bibliotheca, omniq; supellectile hostium arbitrio relictis. Exportata vero Arithmetica hic loci hospitio fruens, tot annos delituit, sive ut Academiae GUSTAVIANÆ meliora fata exspectaret, sive ut alia quædam pars Cursus mei Mathematici præcederet, aditumq; faciliorem, usus ubertate, ipsi conciliaret. Annuit huic voto divina benignitas, ut Geodæsia mea prodierit, in quâ usus Arithmeticæ decimalis & figuratæ in vita communi spectandus exhibetur. Filia igitur hujus, haud degeneris, comitatu jam gaudet pudica hæc mater Arithmetica, & in publicum prodire amplius non veretur.

At si vel maximè flammis vel hostium rapinis peryisset hæc Arithmetica; jactura ejus videtur levis, cum libri Arithmetici abundè suppetant, ita ut de conservatione hujus impræsentiarum verba facere non attineat.

Fateor equidem quamplurimos in hoc pulvere deludasse Authores, ita ut Arithmetici

## PRÆFATIO

metici libri in tantâ copia, idiomate Latino & vernaculo conscripti passim extent, quanta vix est scriptorum de reliquis omnibus disciplinis Mathematicis. At quantum inter illos instituti & tractationis occurrit discrimen, dum alij solam theoriam, alij solum usum quotidianum Arithmeticæ spectant; alij partem ejus vel generalem vel specialem hanc aut alteram tractant; alij præcepta exemplis illustant, alij nuda exempla proponunt, præceptis privatæ institutioni, hoc est, utilitati suæ reservatis; alij nimio brevitatis studio multa utilia negligunt, alij prolixis voluminibus fastidium discipulis pariunt. Fateor plurima inter illa inveniri scripta doctissima, quæ opusculum hocce multis parasangis antecellunt, & ex quorum fontibus hos rivulos derivavi. Paucissimi tamen sunt Authores, qui totam Arithmeticam, omnibus suis partibus absolutam tradunt, eamq; non tantum scientifico modo pertractant, verum etiam præcepta ad usum tam vulgarem quam

## PRÆFATIO

quam Philosophicum accommodant. Sed hi intra limites Arithmeticæ ferè subsistunt, & siqui ulterius progrediuntur, vix unam, aut alteram disciplinam Mathematicam simul proponunt. Meum autem DEO volente, est institutum, totam Mathesin, quantâ fieri poterit brevitate & perspicuitate delineare.

*Opus multorum votis diu expetitur; promissum à multis; à nonnullis quoq; non semel inchoatum; à nullo si Astedum & Herigonum, doctissimos Viros, excipias, absolutum: quorum uterq; ut multum in eâ re effecit, discipulorum ac scire cupientium desiderio non omnino satisfecit; brevitate quippe nimia uterq; postremus etiam obscuritate affectatâ ac penè hieroglyphicâ, peccavit.* Verba hæc sunt Dn. Gasparis Schotti, in Herbipolitano Franconia Gymnasio Matheseos Professoris, in Cursu ipsius Mathematico, quem anno 1661. uno volumine edidit sumptibus alienis, interea dum ego meum Cursum Mathematicum paro, proprijsq; sumptibus per partes edendum curo. Et si vero ille

# PRÆFATIO.

ille hac ratione palmam præripuerit, tamen huic vel illi disciplinæ & me, pro ratione mei instituti, aliquam lucem attulisse, ipsa collatio docebit.

Arithmetica igitur hanc instituto meo convenientem ex probatissimis Authoribus colligere volui ac debui. utrum illud ipsum improbo labore affectus sim, nec ne, penes Lectorem benevolum iudicium esto. Si verò inter illos locum mereri & Scopum illum attingere non videor, proposito tamen promovendi studia mathematica aliquibus me prodesse posse, non omnino diffido.

Et sanè hunc laborem colligendi Arithmetica necessariò mihi ante omnia suscipiendum putavi. Si enim in cursu meo Mathematico Arithmetica, tanquam reliquarum Scientiarum Mathematicarum matrem omitterem; unde magnitudinum rationes & proportionales cognoscerentur in Geometriâ? unde expectanda esset solutio Triangulorum scientifica? unde peterentur di-

men-

# PRÆFATIO.

mentionales altitudinum, latitudinum, distantiarum, superficierum, corporumq; materiatorum in Geodasiâ? unde in Astronomiâ & Geographiâ resultaret altera ala Platonica, quibus mens humana in sublime vecta, siderum magnitudines, motus, ortus, occasus, itemq; Solis ac Lunæ defectus; simul & quantitates dierum, distantias locorum, elevationem poli & id genus alia scrutatur, in tabulas refert atq; demonstrat? unde Gnomonica horas numeraret, styloq; distingveret? Unde Musica nancisceretur objectum? Unde in Staticâ proportionales ponderum explicarentur? Unde in computo Ecclesiastico distinctiones temporum, quantitates annorum & mensium, festaque tam mobilia quam immobilia innotescerent? Unde in Architectura militari partium Munitionis longitudo, latitudo & corpulentia definerentur? Verbo dicam; reliqua Mathesis nulli fundamento esset superstructa, imo frustra in subsequentibus omnia ad usum in vita communi accom-

## PRÆFATIO.

commodarentur, si numerorum scientia, ejusq; vel sola Regula aurea (quæ ob eximium usum ita dicitur) ex cursu meo Mathematico exularet.

Hanc vero provinciam delineandi Mathesin mihi imposuit officij ratio, quâ per legitimum nominationem & vocationem ordinaria Professio publica Arithmetices & Geometriæ ante annos viginti duos & quod excurrit, ante duodecim vero annos Professio Mathematicæ Superiorum mihi commissa fuit in Academia GUSTAVIANA. Spartam igitur istam quam nactus sum, tam prælectionibus publicis, quam scriptis pro virili ornare debeo, ne talentum divinitus mihi commissum humi recondere, sed bono publico rectè locare videar. Toto autem tempore, experientiâ edoctus, dolui maximè Studiosos plurimos in examinibus privatis atq; publicis sæpe adeo rudes & ignaros Arithmeticæ deprehensos fuisse, ut hic aut alter (quod tamen citra præjudicium dictum volo) vel numerum propositum convenientibus notis exprimere, vel

## PRÆFATIO

re, vel ex ignotis notum elicere haud satis potuerit. Tales vero Studiosi Mathematicum quid in reliquis Matheseos, partibus præstare poterunt? quove cum fructu audient Euclidem, Ptolemæum, Archimedem, aliosq; Authores probatos; Omnino igitur mihi enitendum fuit, ut studiosa juvenus in studiis Arithmeticis excolendis juvaretur, idq; si fieri posset, commodissimè in trivialibus scholis & Gymnasiis quibusdam. Si enim alumni eorundem accuratiori cognitione Arithmetices imbuti ad stativa Academica accederent, longe citius & promptius in tota Mathesi proficerent, nec in imis subsistere, vel fundamenta, præpostero ordine, hic demum jacere cogerentur, ubi ætatis summuq; ratio aliud syadent. Tu benevole Lector his lucubrationibus meis utere fructu in Nominis divini gloriam, proximi emolumentum, propriuq; commodum.



## Errata,

Pag. 4. lin. antepenult, insere duabus vel pluribus. pag. 30. lin. 23 insere post eandem & aliam. pag. 40. lin. 23. pro  $\frac{1}{2}$  lege  $\frac{1}{2}$ . pag. 53. lin. 9. pro datis lege dati. pag. 64. lin. 17. pro 2. lege 4. pag. 79. lin. 10. leg. vel ejusdem rationis vel alterni diversarum. Ibid. lin. 14. 15. in exemplo 1. in versi sunt termini prioris rationis; hinc totus calculus est vitiosus, adeoque sic corrigendus: *Libra Burgundica 19. æquantur Coloniensibus 20. Colonienses autem libra 9. faciunt 10. monetarias nostrates. Quæritur ratio librarum Burgundicarum ad nostrates monetarias?*

Burg. 19. 9. Col.	171. Burgund.
Col. 20. 10. Mon.	200. Mon. nostr.

Dico igitur 171 libras Burgundicas æquare nostratibus monetariis 200. pag. 157. intitulo pro XV. lege XIV. pag. 160. in med. pro XVI. lege XV. similiter in titulo pag. 161. 163. 165. 167. pag. 176. lin. antep. lege problema 5. ibid in fine custos pro divi. sit collo. pag. 180. in med. problema 6. pag. 181. lin. 2. problema 7. pag. 184. lin. 2. problema 8. pag. 190. l. 5. problema 9. pag. 192. circa finem leg. problema 10. pag. 193. lin. 10. lege problema 11. pag. 194. lin. antep. problema 12. pag. 195. lin. 18. ubi extat 100. 20. 4. dele 4. Ibid. lin. 25. leg problema 13. pag. 202. lin. 9. problema 14. pag. 203. in med. leg. problema 15.

Tab. I.  
Arith-  
meti-  
ca

genera- lis con- siderat	1. Objectum Arithmeticae, quod est numerus numerans, isq; integer, fractus, & mistus.		
	2. Numeri principia tum constitutionis, tum cognitionis, cap. 1.		
	3. Affectiones Numeri, quæ sunt	(1. Notatio (integrorum primò) expressa	(1. Notatio (in-scriptione per notas majusculas 7. & minusculas 10. pronuntiacione juxta gradus & periodos cap. 2.
	(2. Computatio Vid, Tab. II.		
specialis applicat nume- ros ad	mensuras Geodæticas (Notatio. in Arithm. decimali, ubi Num. decimalium		
	compu- tatio	simplex in Algorithmo. quarto propor- tionali rata in partium redu- ctione cap. I.	
	figuras Geometricas (Quadrato- rum & Cuborum). genesis in Arithmetica figurata, ubi	analysis, ex qua me- dij proportionales vel unus vel duo cap. 2.	
	Res Astronomicas in Logistica (Notatio, reductio. Sexagenaria, ubi Numero- rum Logisticorum		
	Algorithmus pars proportionalis. Radix quadrata cap. 3.		

Tab. II.  
Compu-  
tatio

Simplex	{	fractio- rum	{	acciden- talis	{	reductio ad aliam & ad eandem de- nominationem.												
						abbreviatio, æstimatio & resolutio.												
						essentialis, Algorithmus cap. 4.												
						{		reductio ad fractiones.										
						{		mistorum	{	Algorithmus, cap. 5.								
compara- ta, ut	{	ratio	{	ad	{	partes, unde Numeri	{	1. pares, impares.										
								2. perfecti, abundantes & diminuti.										
								{	mensuram, unde numeri	{	primi.	compositi	{	per se inter se cap. 6.				
								{	inæqualitatis	{	majoris minoris	quarum investigatio, pro- nunciatio, reductio, æsti- matio, continuatio & Al- gorithmus cap. 7.						
								{	propor- tio	{	Arithmetica, cujus species, proprietates, termi- ni, differentia, summa cap. 8.							
											{	continua, cujus proprietates, termini, summa cap. 9.	{	directa, unde Regula trium directa cap. 10. reciproca, unde Re- gula trium inversa cap. 11.				
															{	simplex	{	Dupli cap. 12. Societatis cap. 13. Alligationis cap. 14. Falsi cap. 15.

✱ (1) ✱  
ARITHMETICÆ  
Partis generalis  
CAPUT I.

DE OBJECTO ET PRINCIPIIS EJUS.



Arithmetica est scientia Numeri  
quatenus est talis, id est, quatenus nu-  
merat.

Dividitur in partem generalem &  
specialem.

Generalis pars occupatur in ipso Objecto,  
ejusq; principiis & affectionibus.

Objectum Arithmetice est Numerus, qui de-  
finitur *Multitudo ex unitatibus collecta*. Def. 2. lib. 7.  
Euclid.

Numerus verò distingvitur in numerum  
numerantem & numerum numeratum.

Numerus numerans est secundum quem  
numeramus, ut, duo, tria &c.

Numerus numeratus est, qui rem numera-  
tam significat, ut duo thaleri, tres equi &c.

Ex hisce numerus numerans est hujus loci;  
& dividitur in numerum integrum, fractum &  
mixtum.

Numerus integer est, qui saltem unitates  
numerat, & nullas alias partes connotat.

Numerus fractus est, qui significat unam  
A vel

vel plures partes alicujus integri divisi. Dicitur aliàs fractio & minutia.

Numerus mixtus est integer adjunctam habens fractionem.

Et si verò numerus numerans sit Objectum Arithmeticæ; tamen exemplis sæpius utitur concretis, atq; ad usum accommodatis; quia habent acutius movent animos discunt, tenacius habent & magis delectant juxta D. Laurenb. Institut. Arithm. lib. 1. cap. 1.

Principia constitutionis Numeri duo sunt. Materiale Unitas: formale, in multitudine consistens ordinata ad unum constituendum.

Principia cognitionis Numeri præter posita & axiomata, quæ recenset D. Laurenbergus Institut. Arithm. lib. 1. cap. 4 sunt definitiones & propositiones per universam Arithmetica dispersæ.

## CAP. II.

### De Notatione numerorum integrorum.

Affectiones Numeri duæ sunt: Notatio Computatio.

Notatio est decens numeri expressio scriptione vel scripti enunciatione.

Scriptio requirit & peculiare notas, & est eundem valorem.

## PARS I. CAP. II.

Notæ vel figuræ, quibus numeri describuntur, aliæ sunt majusculæ, aliæ minusculæ.

Notæ majusculæ, quæ unciales & Romanæ vocantur, depromptæ videntur ex Alphabeto Latino, & sunt hæ septem: I. V. X. L. C. D. (vel ID) M. (vel CID & ∞) quarum I. valet unum, V quinq; X decem, L quinquaginta, C centum, D quingenta, M mille. Quod si verò aliqua valore minor, alteri majori præponatur, quantum ex illa aufert, quantum minor per se significat. E. g. IX sunt novem, XL quadraginta, XC nonaginta.

Atq; hæ Notæ majusculæ ultra notationem præxi non adhibentur, præter solam unitatem, & quidem calculis deficientibus, ubi valor ejus distinguitur lineis atq; spatiis, uti videre est in sequenti abaco:

1000000	_____ X _____
500000	_____
100000	_____
50000	_____
10000	_____
5000	_____
1000	_____ X _____
500	_____
100	_____
50	_____
10	_____
5	_____
1	_____

A 2

Notæ

Notæ minuscule (alijs Sarracenicæ) sunt decem 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. quarum prior novem sunt significativæ, quia per se aliquid significant; ultima verò non significativa, & dicitur Cifra, itemq; Circulus *rationis figura* vel *Notatio valoris*.

Valor harum notarum alius est solarius alius conjunctarum.

Sole & quidem significativæ denotant unitates, quorum ab eâ locum in ordine sortitur, sic 3, quia est in tertio loco, significat tres unitates.

Cifra autem per se nihil significat; alijs men juncta significationem earum auger.

Conjunctæ distinguuntur gradib; & periodis.

Gratus secundum quos notæ valor æstimatur, sunt tres: Primus à dextris, notam suam significat semel, secundus decies, tertius centies.

Isti gradus simul sumpti absolvunt periodum, quæ punctis, virgulis vel commatibus notatur, & prima periodus (iterum à dextris) est millenarius minorum, secunda millium, tertia millenorum millium, quarta millies millenorum millium &c.

Obiter hic etiam notandum quod numerus quando unicâ notâ exprimitur, vocetur *digitus* quando duabus ita ut prima figura ad dextras sit Cifra, vocetur *decadicus*, & numerus rotundus, itemq; articulus.

Enunciatio numerum juxta notarum valorum exprimit, initio facto à sinistris.

### Problema 1.

Numerorum seriem notis majusculis representare.

Series numerorum usq; ad mille compendiose deducitur & percipitur ex tribus hæc classibus.

II. III. IV. V. VI. VII. VIII. IX. XX. XXX. XL. L. LX. LXX. LXXX. XC. C. CC. CCC. CD. D. DC. DCC. DCCC. CM.

quarum prima continet unitates usq; ad decem; secunda denarios usq; ad centum; tertia centenarios usq; ad mille.

Etenim ad quaslibet notas secundæ classis juxta ordinem reassumuntur singulæ primæ classis, e. g. XI. XII. &c. XXI. XXII. &c. Sed inter notas singulas tertiæ classis dicto jam modo percurrendæ sunt duæ præcedentes classes; e. g. CI. CII. &c. CXI. CXII. &c. CCI. CCXI. &c.

Ultra mille, superiores quidem notæ repetitæ, apponuntur ipsi M. supraponuntur tamen aliz notæ millia numerantes.

						X
II	III	X	L	D	M	
M	M	M	M	M	M	

&c. sunt duo

Enu

A 3

millia,

millia, tria millia, decem millia, quinquaginta millia, quingenta millia, decies millena millia  
Conf. Neufville Arithm. lib. 1. cap. 3. pag. 41.

### Problema 2.

**Numerum notis majusculis  
designare.**

Partes numeri, eo ordine, quo efferuntur depromantur è classibus numerorum, traditis probl. 1. nempe millenarij scorsim, deinde centenarij, porro denarij, & tandem unitates, eritq; numerus datus ex voto descriptus.

E. g. præsens annus supra millesimum sexcentiesimum quinquagesimus tertius his notis describitur M. DC. LIII.

### Problema 3.

**Numerum notis majusculis  
scriptum enuntiare.**

Facto iterum à sinistris initio conjungantur notæ ejusdem classis, & partes istæ juxta ordinem quærantur in serie numerorum probl. 1. Sic totus numerus facile poterit enunciari. E. g. hic numerus M. D. XL. IX. significat millia quingenta, quadraginta novem.

### Problema 4.

**Numerum integrum notis majusculis descriptum efferre.**

Nume

Numerus distribuatur primum in certas periodos sive membra juxta leges scriptionis. Tum singulæ periodi separatim enuncientur, adjiciendo toties vocabulum (millies) quot puncta subsequuntur, exceptis tamen duobus ultimis, quorum priori debetur vox (millena) posteriori autem (millia.) Sex enim notæ ultimæ efferuntur nominaliter, reliquæ omnes adverbialiter, juxta versiculum:

Millia post primam (a) dices, millena secundam; Inde per ES (b) reliquas exprime ritè notas. (a) post primam scilicet lineam. (b) per ES id est adverbialiter.

E. g. G. Agricola thesaurum Sardanapali Monarchæ Assyrij æstimat ducatis Hungaricis 573200275757. Quæritur quomodo hic numerus sit enunciandus?

Igitur initium faciendo à dextris, respectu ternorum graduum sive locorum distinguitur in quatuor periodos sive membra dicendo ad 7. hæc nota significat se simpliciter; ad 5, illa decies; ad 2, ista centies; ergo periodus est absoluta & sequitur punctum, quod etiam ascribitur. Similiter iterantur hæc verba ad reliquas notas, & inseruntur commata, eritq; datus numerus ita distinctus 573, 200, 275, 757.

Hoc facto, numerus à sinistris effertur membratim hoc modo: quingenties septuagies ter millies millena millia; ducenties millena millia;

ducenta septuaginta quinque millia, septingenta & quinquaginta septem.

Tyro tamen juxta monitum Metij Arithm. lib. 1. cap. 1. in duobus aut tribus locis probè exercendus erit, priusquam ad numeros majores deducatur.

### Problema 5.

Numerum integrum notis minusculis describere.

Notæ alicujus numeri, 20 excedentis, eodem ordine quo efferuntur, simpliciter scribantur, sub hac cautela, ut loca periodorum, notis significativis carentia, explerentur Cifris juxta ductum problematis 4. At in numeris conjunctis infra 20. ordo descriptionis notarum ordinis pronuntiationis è diametro est contrarius.

#### Exempla.

1. Annus Ægyptiacus constat diebus *sexaginta quinque*, & scribitur ille numerus dierum his notis 365.

2. Esa. 37. legitur Angelus Domini in Assyriorum castris una nocte stravisse *centum & octuaginta quinque millia* virorum. Quæritur quomodo numerus iste notis minusculis sit exprimens? Resp. his: 185000. Cum enim 5. significet mille, nec aliæ notæ hic enuncientur; ex præcedenti tamen problemate constet, requiriti adhuc unam periodum: igitur tres Cifre quinario adjiciuntur.

3. Nu

3. Numerus filiorum Israel ad bellum aptorum & 20. annos excedentium, exprimitur Num. 1. vers. 46. *sexcenta tria millia virorum, quingenti & quinquaginta*; qui sic scribendus 603,550. Hic in secundo gradu periodi primæ non enunciat nota significativa, ergo substituitur Cifra, uti etiam in primo gradu periodi ultimæ.

### Observationes.

1. Latini veteres per centena millia numerarunt, conjunctis in secundâ periodo saltem duabus notis. Ut quando Plinius lib. 2. cap. 108. rotius terræ habitatæ longitudinem ab India ad Herculis columnas facit *octogies quinquies centena & septuaginta octo millia* passuum; Numerus ita scribitur: 85,78,000.

2. Græci per Myriades. (id est, decem millia) numerarunt, assumptes quatuor notas ad singulas periodos. Vocarunt enim notas secundæ membri myriades simplices, tertiæ duplices, quarti triplices &c.

Sic Herodotus lib. 7 dicit Xerxen in Græciam adduxisse *quingentas viginti octo myriades*, seu mille ducentos & viginti viros; notis nostris 528,320.

3. Itali & Galli conjungendo sex notas per Milliones, (id est, millena millia) numerant, & habent in secundâ periodo milliones, in tertiâ milliones millionum, in quarta secundas milliones.

A 5

nes.

nes, in quinta secundarum millionum miliones, in sexta tertias miliones &c.

Juxta hos thesaurus Sardanapali est quingentes septuagies ter mille & ducenti miliones ducatorum; ducenties septuagies quinquies mille, septingenti quinquaginta & septem ducati. Scribitur igitur hoc modo: 573200, 275757.

### CAP. III.

#### De Algorithmo integrorum.

Fuit prior affectio numerorum integrorum videlicet notatio; sequitur posterior de computatione.

Computatio est ignoti numeri per notum investigatio.

Estq; vel simplex vel comparata.

Computatio simplex versatur circa numeros comparationis expertes, & dicitur Algorithmus, qui spectatur vel in genere, vel in specie.

#### In genere.

Quatuor semper attendenda sunt circa hanc computationem, quorum 1. est numerorum appellatio. 2. collocatio. 3. operatio. 4. probatio.

Quoad *appellationem* numeri alij sunt dati alij quæsitij; quoniam singulis speciebus diversa sortiantur nomina.

Quoad *collocationem*; numeri perpendiculariter

riter sibi subjiciantur, habitâ semper ratione valoris, præterquam in divisione.

Quoad *operationem* vero

Addas subducas à dextris, multiplicesq;

Dividit ac mediat deinde sinistra manus.

Tum singulæ notæ pro simplicibus acceptæ cum singulis computentur seorsim, & quæsitus distingvatur à numeris datis.

Tandem quoad *probationem*, species primæ se mutuo probant, itemq; conjunctæ.

#### In specie.

Computationis species sunt quatuor, nempe duæ primæ, ut Additio & Subtractio, & duæ conjunctæ ut Multiplicatio & Divisio.

#### ADDITIO.

Additio est species computationis, è numeris addendis eliciens summam.

Numeri enim dati vocantur *Addendi*, & quæsitus dicitur *summa*, totum, sive *aggregatum*.

#### Problema 6.

Numeros integros in unam summam colligere.

Numeris ritè dispositis subtus ducatur linea recta, atq; sic notæ ejusdem gradus colligantur in unam summam, quæ suo gradui est subscribenda.



E. g. Sint 416. addenda ad 352. Igitur sic collocantur dari 416.

352.

& conflatur summa 768. hoc modo: 2. & 6. efficiunt 8. ergo sub 2. scribuntur 8. Deinde 5. & 1. sunt 6. hinc sub 5. collocantur 6. Tandem 3. & 4. constituunt 7. igitur sub 3. etiam scribuntur 7. Hæc absoluta est additio.

### Observationes.

1. Numerus ex collectione ortus si scribendus sit duabus vel pluribus notis; dextera saltem nota subscribitur, reliquæ mente reservantur & sequentibus gradibus adduntur. In fine autem integer numerus scribitur.

E. g. In bello Trojano interiire Græci 880000.  
Trojani 686000

Ergo summa occisorum in illo bello est 1566000

Hic ex binis Cifris trium priorum graduum colliguntur Cifre. Porro 6 & 0 sunt 6. sed 8. & 8 faciunt 16. hæc summa quia scribenda venit duabus notis, igitur sub 8. scribuntur 6. & 1. mente reservatur. Similiter 6. & 8. efficiunt 14. & cum unitate prius reservata 15. Hæc integre scribuntur, quia nihil amplius est addendum.

Item Gellius refert Poëtam Homerum vixisse ante Romam conditam annis 160. Condita autem fuit Roma ante natum Christum 752. & à nato Christo jam numerantur anni 1653. Queritur ante quot an. vixerit Homerus? R. 2565. annos.

2. Si

2. Si multi sunt numeri addendi; distribuantur in plures classes, & ex singulis classibus singulæ summæ colligantur, tandem adhuc addendæ.

E. g. Queritur quoto anno mundi acciderit universale diluvium. Resp. ex Genealogia Patriarcharum Genes. cap. 5.

Adam	130.	annos natus	(Sethum
Seth	105.	genuit	Enos
Enos	90.		Kenan
Kenan	70.		Mahalaheel
Mahalaheel	65.	-- .. -- ..	Jared
Jared	162.		Enochum
Enoch	65.		Mathusalah
Mathusalah	187.		Lamechum
Lamech	182.		Noachum
Noah	600.	annos natus vidit diluvium.	

Summa 1656. exhibet annum diluvij quæsitum. Hoc loco si nimis prolixum videatur omnes decem notas ejusdem gradus simul colligere; sumantur quinque; priores seorsim & efficiant 460 similiter addantur & quinque; posteriores, vide 1196. Hi duo numeri componunt summam quæsitam 1656.

3. In numeris numeratis si diversæ species conjungantur; à minimâ fit initium; & si collecta constituent integrum, id ipsum additur sequenti speciei majori. E. g. Fingamus nos accepisse

ab

ab uno debitore

250. Th. 3. M. 6. ol

altero

138 2 4

tertio

46 2 5

Quæritur summa acco-  
ptorum? quæ est

436. Th. 0 M. 7. ol

Cum enim summa orarum sit 15. & earum 3. con-  
stituant unam Marcam hinc pro 8. oris ponitur  
1. Marca in sequenti specie & remanent oræ 7. Si-  
militer Marcæ colliguntur 8. quæ cum efficiant  
duos thaleros, binarius proximè sequenti spe-  
ciei, thaleris additur, & remanet 0 Marca.

*Examen Additionis certissimum; instituitur  
vel per Additionem inversam, ut si prius ascendendo  
collectæ sint notæ ejusdem gradus, idem nunc  
fiat descendendo & summa deprehendantur  
æquales. Vel per subtractionem, si additorum nu-  
merorum unus ab integra summa subtrahatur,  
& residuum istius subtractionis sit æquale reli-  
quis numeris addendis.*

E.g. Quæritur quot annos vixerit Mathu-  
salem, cum Biblia testentur eum cum gigneret  
Lamechum fuisse annorum -- 187. post genitum  
verò Lamechū vixisse annos 782. Responso pa-  
ter est summa. Vixit igitur annos 969.

Si verò quis dubitet, utrum hæc sit vera da-  
torum numerorum summa; ab ea hoc loco sub-  
trahatur alteruter datorum, & remanebit alter  
969.

969

969

187

782

782

187.

Dico igitur additio-  
nem hanc ritè esse institutam.

## SUBTRACTIO.

Subtractio est simplex computatio prima,  
quæ ex dato toto & parte ejus aliquâ reliquam  
partem investigat.

Numerorum (qui hic dantur) alter dicitur  
*Major* à quo fieri debet subtractio; alter *Minor*,  
quâ majore est subducendus. Quæ sitis vero  
seu reliquus dicitur *residuum*, *differentia*, *excessus* &  
*apotome*.

## Problema 7.

Numerum integrum mino-  
rem à majori subtrahere.

Numero majori (qui cognoscitur vel ex  
pluralitate notarum, vel ex ultimis versus fini-  
stram notis majoribus) substernatur minor, ita  
ut prima notæ primæ, secunda secundæ, & sic  
consequenter respondeat, uti in additione. Tum  
subtus ducatur linea recta & cujusvis gradus  
nota inferior à sua superiore subtrahatur. Ex  
ista operatione quod remanet, suo semper gra-  
dui subscribatur.

E.g. Ex contractu aliquis debet 685. tha-  
leros. Solvit autem 472. Thaleros. Quæritur  
quanti

quantum adhuc restet solvendum? Resp. 213. Thalcr.

Hoc loco major est 685. propter ultimam notam nempe 6 majorem 4. ultimâ nota alterius datâ. Igitur sub eo collocatur minor; Jam sublatâ 5. quia remanent 3. igitur sub 2. subtrahuntur 3. Porro 7. demtis ex 8. relinquitur ergo sub 7. scribitur etiam 1. Tandem 4. sublatâ 6. remanent 2. quæ similiter sub 4. sunt subtrahenda; eritq; totum residuum 213. uti ex hoc diagrammate plenius videre est

Debitum 685

Solutum 472

Resid. 213 Th.

### Observationes.

1. Si nota inferior fuerit major superiore ejusdem gradus; subducatur illa à 10. & sequenti notæ inferiori apponatur punctum, cam augens unitatem. Residuo autem addatur nota superior, à qua subtractio fieri non poterat; Istud aggregatur sub lineâ annotetur.

E. g. Sic aliquis natus Anno Christi 1584. Queritur quorum agat annum hoc anno currente 1653. Numerum majorem esse hunc 1653. constat ex 6. igitur ei subternitur minor 1584. vero 4. non possunt demi ex 3. ergo ex 10. (quod ipso punctum apponitur 8.) & remanent 6. quibus si addantur 3. faciunt 9. Hæc sub 4.

bantur. Rursus novem (punctum enim appositum octonarij valorem auget unitate) non possunt subtrahi ex 5. ergo ex 10. punctoq; ad 5. adjecto, relinquitur 1. Huic addantur 5. è gradu secundo & efficient 6. sub isto gradu scribentur. Sic inventus est numerus annorum quasi-Paradigma verò Subtractionis hoc est.

1653

1584

69

Conf. Clavius Arithm. pract. cap. 3.

2. Si Cifra occurrat in minore numero; ei imminens nota citra mutationem quandam subjiciatur.

E. g. Anno 1497. in lacu quodam Heilbrunnensi inventus est lucius, monili aureo circumdatus, cui inscripta fuerunt hæc verba: Primus ergo piscis, quem Fridericus II. suis manibus huic lacui imposuit anno 1230. die 8. Octob. Queritur quot fuerit annorum hic lucius?

1497

1230

267 Ann.

Resp. Item. Carolus Magnus Imperator coronatus anno Christi 801. Nunc autem est annus 1653. Queruntur anni ab Imperio Caroli?

1653

801

852

Sunt anni

3. Si à Cifrâ aliquid subducendum est; fiat subductio à 10. juxta observ. 1.

E. g. Circumfertur vaticinium cujusdam Eliæ (non Thesbitis) mundum duraturum esse sex mille annos. Quæritur, quid jam adhuc restet, ubi numeramus secundum Calvinium 5601 à condito mundo.

Numeri sic collocentur ... .. 6001

5.6.01

Residui anni 391

Nam 2. sublati ex 10. (apponendo punctum proximæ notæ inferiori, nempe 0.) remanent 8. Et uno sublato ex 10. reliquuntur 9. similiter prætem sublati ex 10. remanent 3.

4. In numeris numerati sortis à fortibus similiter subtrahantur. Quod si vero id ipsum fieri nequeat, Unitas ex proximè præcedenti sorte mutuo accepta (iterum per appositionem puncti ad notam inferiorem) resolvatur in partes numeri subtrahendo cognomines. Sic poterit subtrahitio institui.

E. g. Quæstor accepit 7539. Thaleros Marcam 5. oras. Expendit 3865. thaleros Marcas 7. oras. Quæritur quantum restet accepti?

Accept.	7539.	Th..I. M...	5 or.
Expens.	3865.	2.	7
Residuum	3674.	2	6

Hoc loco 7. non possunt subtrahi à 5. igitur inferiori notæ sequentis sortis, nempe 2. apponitur punctum, & 1. illius sortis, videlicet Marca resolvitur in 8. oras. Jam 7. sublati ex 8. remanet 1. & additis illis 5. oris (à quibus subtractio fieri non poterat) sunt 6. oræ, quæ etiam subtrahuntur. Porro cum tres Marcæ (punctum enim augeat notam unitate) iterum subtrahi nequeant ab 1; Igitur 1. Thalerus proximè præcedentis sortis resolvitur in 4. Marcas, in cujus rei testimonium præcedenti quinario adjicitur punctum, & factâ subtractione trium marcarum à 4. marcis relinquatur 1. Marca; huic addatur 1. Marca numeri superioris, & subtrahendæ sunt 2. Marcæ. Tandem sex demptis à 9. remanent 3; & 6. sublati à 13. remanent 7; similiter novem subtractis à 15. reliquuntur 6. tandemq; 4. sublati à 7. remanent 3. Hinc in residuo sunt 3673. Th. 2. M. 6. or.

Examen Subtractionis instituitur etiam duobus modis: 1. per Subtractionem numeri residui à dato majore, ut relinquatur minor. 2. per additionem numeri minoris & residui. Summa enim reddet datum numerum majorem, si operatio ritè est instituta.

Sic exemplum primū probatur hoc modo per Subtract.

Subtract.	Addit.
1653	1584
69	69
1584	1653.

# ARITHMETICÆ MULTIPLICATIO.

Multiplicatio est quæ investigat numerum factum, in quo unus multiplicantium toties continetur, quoties in altero unitas. Def. 1. lib. 7. Eucl.

Duo numeri dati hic vocantur *Factores*; maiorq; ex iis dicitur *Multiplicandus*; minor *Multiplicans* & nomen: Quæsitus verò dicitur *Factum* itemq; *productum*.

## Problema 8. Numeros integros multiplicare.

Número multiplicando postquam subiectus fuerit multiplicans; hic beneficio abaci Pythagorici in singulas illius notas ducendus est factusq; subscribendus, uti in Additione. Multiplicandus autem & productus efferuntur minimaliter; Multiplicans adverbialiter.

*Abacus vero Pythagoricus hic est:*

	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
9	18	27	36	45	54	63	72	81
8	16	24	32	40	48	56	64	
7	14	21	28	35	42	49		
6	12	18	24	30	36			
5	10	15	20	25				
4	8	12	16					
3	6	9						
2	4							

## PARS I. CAP. III.

Cujus usus continetur hisce versiculis:  
*Larvâ majorem, supra sed quare minorem;*

*Cellula communis, quod petis, omne dabis.*

E. g. Militibus 528. exolvendum sit stipendium menstruum, nempe 3. thal. in singula capitula. Quæritur quanta pecuniæ summa requiratur? Facit 1584. Thal.

Multiplicando enim 528  
Subjicitur multiplicans 3

atq; ut hic factus obtineatur 1584: ducitur ternarius in omnes notas multiplicandi hoc modo: Ter octo sunt 24. (cum enim ab 8, tanquam notâ majore, in columnâ sinistrâ abaci invento directè progredimur, donec occurrat è superiori parte 3, tum in areâ communi offenduntur 24.) igitur 4. sub 3. scribuntur, & 2. retinentur. Porro ter duo, sive bis tria sunt 6. sed cum antea servatis duobus fiunt 8. quæ etiam sub 2. collocantur. Tandem ter quinq; (quærendo 5 in columnâ sinistrâ, & 3. in fronte abaci, donec concurrant) sunt 15. quæ plene etiam subnotantur. Sic inventus est factus quæsitus.

## Observationes.

I. Si Multiplicans fuerit numerus compositus; operatio instituitur per partes, ita ut expeditâ primâ notâ Multiplicantis fiat transitus ad secundam & deinde ad reliquas notas, under tot ordines numerorum particularium productorum emer-

B 3

emer-

emergunt, quot sunt Multiplicantis notæ. At tamen cujusq; facti prima nota semper sub nota Multiplicantis collocetur, & reliquæ juxta ordinem subsequantur. Isti numeri producti tandem in unam summam colligantur, & constabit factus quæsitus.

E. g. Quæritur 1653. anni Ægyptiaci quot constituent dies, cum unus constet diebus 365

Inductio talis erit:

1653

365

(Notæ Multiplicantis quæ officio suo jam defunctæ sunt, cancellantur)

8265

9918

4959

Facit 603345. Dies.

2. Cifræ, quotquot inveniuntur in fine vel alterutrum vel utriusq; numeri dati, Lineæ subjiciuntur extra multiplicationem.

E. g. Cum 15. milliaria Germanica communia corresponsdeant uni gradui; quæritur quot milliaria ejusmodi contineat perimenter Terræ sive maximus Terræ circulus, 360. gradibus constans?

Numeri sic collocantur

360

15

1800

36

5400

& est factus quæsitus

3. Si Cifra in medio Multiplicandi fuerit; Cifra etiam producti loco subscribitur, nisi ex antecedente numero aliquid fuerit reservatum, quod illic scribatur.

E. g. Tectum aliquod habet in longitudine regulas 207. in latitudine verò 46. Quæritur quot regulas in universon contineat?

207

46

1242

828

Facit 9522

4. Si in medio Multiplicandæ fuerit Cifra; progressus fit ad sequentem notam, subscriptâ simpliciter Cifrâ.

E. g. Sint in aciei quadrangularis longitudine dispositi milites 357. in latitudine verò 109. Quæritur numerus integre aciei?

357

109

3213

3570

Facit 38913

Examen Multiplicationis instituitur per Divisionem. Cum enim Factus dividitur per alterutrum factorum; tum in Quotiente prodibit alter numerus datus per axioma 7. lib. 7. Elem. Eucl.

Ut in exemplo primo hujus problematis

B 4

Factus

24

ARITHMETICÆ

Factus 1584. si dividatur per multiplicantem, quoties Divisor vel (si pluribus ille notetur) sinistra ejus nota in supra se scriptis continetur. Quotus inventus post Lunulam scribatur, ducaturq; in totum Divisorem. Istud productum si sit numero superiore Dividendo vel æquale, vel proximè minus, ab eodem cancellato subtrahatur, residuumq; superscribatur: Sin fuerit majus; Quotus unitate addendus minor assumendus erit. Factâ tandem subtractione, divisor (antea cancellatus) uno gradu promoveatur; sic recurrit prior operatio, quæ breviter etiam hoc sequenti versiculo proponitur:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1584 \text{ (} 1584 \text{)} \\ 333 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1584 \text{ (} 1584 \text{)} \\ 528 \end{array}$$

DIVISIO.

Divisio est quæ numerum in quotcunq; partes, ab altero numero dato denominatas, distribuit.

Vel ex mente Clavij ad defn. 15. lib. 7. Eucl. Divisio numeri per numerum est inventio numeri qui ad unitatem habet eandem proportionem quam numerus divisus ad dividendum.

Numeri dati sunt Dividendus, qui in quotcunq; partes distribuitur, & Divisor, qui illum distribuit. Quæsitus verò numerus dicitur Quotus, aliis Quotiens, quippe ostendit, quoties Divisor in dividendo contineatur.

Problema 9.

Numeros integros dividere.

Numeri dividendi notæ primæ versus sinistram subjiciatur prima nota divisoris, nisi hæc illâ fuerit major. (Tunc enim sub secundâ locanda est) Gateræ juxta ordinem sequantur quibus versus dexteram adjicitur lunula.

Dein

Deinde inquiratur, beneficio Abaci Pythagorici, quoties Divisor vel (si pluribus ille notetur) sinistra ejus nota in supra se scriptis continetur. Quotus inventus post Lunulam scribatur, ducaturq; in totum Divisorem. Istud productum si sit numero superiore Dividendo vel æquale, vel proximè minus, ab eodem cancellato subtrahatur, residuumq; superscribatur: Sin fuerit majus; Quotus unitate addendus minor assumendus erit. Factâ tandem subtractione, divisor (antea cancellatus) uno gradu promoveatur; sic recurrit prior operatio, quæ breviter etiam hoc sequenti versiculo proponitur:

Dic quoties, multiplica & aufer, promove tandem.

Divisor autem & dividendus semper effertur nominaliter; Quotus adverbialiter.

Exempla.

1. Cum quartus quivis annus à nativ. Christi sit bissextilis; quæritur qualis fuerit præteritus annus 1652. utrum nempe bissextilis, vel vulgaris? Hoc ipsum docet divisio, cujus Paradigma sequitur.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1652 \text{ (} 413 \text{)} \\ 444 \end{array}$$

Notæ enim secundæ dati numeri majoris, tanquam dividendi, qui est 1652. à sinistris, subternitur divisor nempe 4. (cum major sit primâ notâ

B 5

notâ

notâ videlicet 1. adeoq; in eâ non contineatur, ab eoq; subtrahitur & relinquuntur 11. & in abaci Pythagorici arcis e regione quaternarij quæritur numerus dividendus ipsi divisorsum inquitur, Promoto jam Divisore in sequentem locum inquitur, 1 9  
supra scriptus, hoc loco 16. Sic altera columna quoties 3. in 11. 17152 (53  
hujus arealis numeri ostendit 4. Dico igitur contineantur? A. 322  
quatuor in 16. contineri quater, unde 4. postea pacus suggerit 3  
nulam scribuntur. Deinde Quotus ille, 4. contineri ter, 96  
citur in Divisorem, & emergunt 16. Igitur igitur 3. scribuntur in Quoto & multiplicati in  
sublati à 6. remanet nihil, & unum ab uno 16. 2. producant 96. quæ si demantur ex 115. rema-  
tractum relinquit nihil. sent 19.

Hoc facto promovetur Divisor 4. in ultimum locum, ubi sexies continetur in 1 9  
quentem locum, id est, collocatur sub 5. & re notis supra se scriptis, factâq; 17152 (536  
sus inquitur, quoties 4. in 5. contineantur? multiplicatione ejusdem senarij 3222  
in columnis quaternarij non inveniuntur. 5. in divisorem, producantur 192. 33  
tur assumitur proximè minor 4. & quorus est His sublati à 192. remanet ni- 192  
subtrahisq; 4. à 5. remanet 1. hil, & inventus est verus Quotus. Quare 17152.

Tandem 4 in 12. continentur ter; Nam oræ efficiunt 536. Thaleros.  
ter quatuor sunt 12. quibus sublati à 12. remanet nihil. 3. Ex militibus 39875. ordinanda est acies

Annus igitur 1652. fuit annus bissextilis. quadrangularis, ita quidem ut in fronte sint mi-  
2. Quæritur 17152. oræ quot efficiant Thales 275. Quæritur, quot milites occupaturi  
leros? Igitur datus numerus dividitur per sint latera? Facit 145.

hoc modo:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 17152 \text{ (5} \\ 32 \\ 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ 39875 \text{ (1} \\ 279 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 123 \\ 39875 \text{ (14} \\ 2755 \\ 27 \\ 1100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 123 \\ 39875 \text{ (145} \\ 27555 \\ 277 \\ 2 \\ 1375 \end{array}$$

Tria in 17. continentur quinquies, hinc post lunulam scribuntur & ducuntur in totum divisorem, unde factus 160. directè sub 17. m-

Obser-



ARITHMETICÆ  
Observationes.

1. Si ex operatione ultimâ numerus quidam remanet, post quorum scribitur & sub eo dividitur cum interjectâ lineâ, diciturq; fractio.

E.g. Militibus 8 distribuenda est præda 5 Imperialium; quæritur portio singulorum. Facit  $67\frac{1}{8}$  Imp.

$$\begin{array}{r} 51 \\ 537 \overline{) 67\frac{1}{8}} \\ 88 \end{array}$$

2. Si ultima Divisoris nota sine Cifra; subjiciuntur ultimis notis Dividendi, & per reliquas notas significativas, tanquam solas sit divisio reliquarum notarum dividendi. Residuo tamen post operationem subternitur totus Divisor.

E.g. Maximus globi terreni circulus continet 5400. milliaria Germanica communia. Quæritur quot milliaria respondeant gradui, id est, parti trecentessimæ sexagesimæ. Facit 15. mill.

$$\begin{array}{r} 5400 \overline{) 15} \\ 36 \ 0 \end{array}$$

3. Si Cifra sit in medio Divisoris; illa non accipitur, sed loca saltem distinguit.

E.g. Agri quadrangularis rectanguli areæ continet 14210. (0) □ Est autem longitudo ejus 406. (0) Quæritur agri longitudo? Facit 35.

$$\begin{array}{r} 14210 \overline{) 35} \\ 406 \end{array}$$

4. Si in operatione aliqua, primam à sinistrâ sequentem, numerus verticalis dividendus minor sit divisore, adeoque in illo non contineatur: in Quoto scribitur Cifra, & divisor statim transfertur in locum proximum.

E.g. Ager 69. jugerum venditur 7176. florenis. Quæritur pretium unius jugeri? Facit 104. flor.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 7176 \overline{) 104} \\ 699 \end{array}$$

Hic in secundâ operatione 6. in duobus non continetur; ergo post lunulam scribitur Cifra, & divisor promovetur, ubi 6. in 27. continetur quater & factus dividendo æquatur.

Examen Divisionis instituitur tum per Divisionem dividendi in quorum; sic prodibit Divisor per axioma 8. lib. 7. Eucl. Tum per Multiplicationem Quoti & Divisoris, addendo etiam, si quod est, residuum; sic produceretur dividendus.

Ut in exemplo primo hujus problematis Quotus inveniebatur hic 413, per eum igitur probationis loco divisus alter numerus datus 1652. reddit in Quoto divisorem 4.

Igitur divisio ritè est instituta.

$$\begin{array}{r} 1652 \overline{) 4} \\ 413 \end{array}$$

ARITHMETICÆ

30

*Vel* multiplicatur Quotus .. ..  
per divisorem .. ..  
& redit datus dividendus .. ..

At in exemplo observationis primæ, quotus  
multiplicatur per divisorem .. ..  
& oritur factus .. ..  
cui adhuc addendum est residuum .. ..  
Sic demum redit datus dividendus .. ..

CAP. IV.

De Minutiis five numeris  
fractis.

Minutiæ seu Fractiones plerunq; oriuntur  
ex residuo divisionis, juxta observ. 1. probl. præcedentis, & sunt duorum generum: aliæ simplices  
quæ absolute dicuntur fractiones vel minutiæ  
aliæ compositæ, quæ vocantur fractiones fractarum  
num five minutiæ minutarum & particule.

Fractionum considerata venit 1. notatio  
2. computatio, quæ est vel accidentalis vel essentialis.

In computatione accidentali Fractionum  
occurrit 1. reductio ad eandem denominationem,  
2. abbreviatio seu reductio ad minimos terminos.  
3. Valor seu æstimatio. 4. Reluctio.

Essentialis computatio docet earum additionem,  
subtractionem, multiplicationem & divisionem.

Problema 10.

Fractiones simplices notare.

Fractiones simplices scribuntur duobus numeris lineâ interjectâ distinctis, quorum superior, dicitur Numerator & simpliciter Numerus,  
Germanicè der Zehler; Indicat enim quot partes ex integro sumantur, & effertur nomine cardinali. Inferior vocatur denominator seu Nomen,  
Germ. der Nenner / quia ostendit in quot partes integrum sit divisum, efferturq; nomine ordinali.

E.g. Duæ tertiæ partes hisce characteribus  
signiuntur  $\frac{2}{3}$ . Estq; fractionis Numerator 2.  
Denominator 3. quippe hic arguit, in quot  
partes æquales, hoc loco tres, integrum sit divisum;  
ille vero numerat ejusmodi partes, quot  
earum adsint, hoc loco duæ.

Problema 11.

Fractiones compositas notare.

Quemadmodum fractiones compositæ non  
immediate oriuntur ex integro, sed ex fractione  
simplici, in alias iterum partes divisâ: Ita fractio  
simplex data primo loco scribitur juxta  
problema præcedens, & commate prius interjecto  
eam sequuntur particule duobus similiter  
numeris constantes, sine tamen lineâ interjectâ.

In

Prob

In pronuntiatione fractio simplex effectus casu recto, at particulæ casu obliquo, nempe casu genitivo vel ablativo adjectis præpositionibus ex vel a.

E. g.  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{8}$ ,  $\frac{3}{12}$ . sunt tres quartæ partes tertiarum ex una secunda. Quantum tamen sint in integro, sic explicat Ramus Arith. lib. 1. cap. 11. Si pater filios duos reliquerit æquales coheredes: cum filius alter filios tres aqua item partem arimonij, sed primus coemerit etiam alterius fratris partem decesseritq; quatuor filii superstites æqualiter item partem, eorumq; primus coemerit partes secundi &c. Hic filius ex asse paterna hæreditatis possedit  $\frac{1}{2}$ : nepos pronepos  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$ .

Hic observandum, quod minutæ minorem, quomodo libet locum inter se mutant, tamen sint æquales, uti ex probl. sequenti patet.

### Problema 12.

Fractiões compositas in simplices reducere.

Numeratores inter se & Denominatorum etiam inter se multiplicentur. Hoc modo producatur simplicis fractionis numerator & denominator. Uti demonstrat Clavius sub fin. lib. 9. Elem. Eucl. propos. 13.

Ut si dantur  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{5}{6}$ . æquivalens fractio simplex est  $\frac{10}{9}$ . Nam multiplicatis numeratoribus

ter quinq; sunt 15. ) emergit novus numerator, & ex ductu denominatorum in seipsos (quater sex sunt 24. ) producitur novus denominator.

Eodem modo hæ fractiones compositæ  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{5}{6}$ . reducuntur ad hanc simplicem  $\frac{10}{9}$ . Nam bis 4. sunt 8. & sexies 8. sunt 48. Itemq; ter 5. sunt 15. & septies 15. sunt 105.

### Problema 13.

Datorum duorum numerorum communem mensuram maximam invenire.

Communis mensura maxima est talis numerus, qui datos numeros proximè mensurat, id est, exactè dividit. Dicitur aliàs communis divisor maximus & invenitur hoc modo:

Major numerus dividatur per minorem & hic iterum per illius residuum, atq; ita porro residuum unius per residuum alterius, donec nihil remaneat. Ultimus enim divisor erit communis mensura maxima quaesita, vi prop. 2. lib. 7. Euclid.

E. g. Duorum horum numerorum 27. & 63. communis mensura maxima est 9. Similiter hosce duos 114. & 24. metitur senarius.

$$\begin{array}{r|l} 27 & 27 \\ 9 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 114 & 114 \\ 24 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 8 & 8 \\ 6 & 6 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & 24 \\ 18 & 18 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 18 & 18 \\ 6 & 6 \end{array}$$

Pro-

## Problema 14.

Fractionem ad minimos terminos reducere.

Fractiones sæpius pluribus notis numeris majoribus constant; tales igitur ut facilius capi, atq; commodius tractari queant, præ omnium primo eas reducere ad minimos terminos; sive abbreviare. Hoc ipsum fiet; si eam numerator quam denominator per communem eorum mensuram maximam ex probl. 13. æqualem dividatur. Quoti enim exhibebuntur fractionem sub minoribus terminis, data æquale per prop. 17. Clavij in appendice ad lib. 9. Euclid.

Ut  $\frac{1}{2}$  per communem mensuram 8. reducuntur ad  $\frac{1}{16}$ . Namq; ex divisione numeratoris dati (dum 8. in 16. continentur bis) resultat numerator novus 1. similiter diviso denominatore 24. per 8. oritur novus denominator 3. tota fractio in minimis numeris hæc est  $\frac{1}{3}$ .

## Observationes.

1. Si fractiones desinant in Cifras; æquales abijciantur ex numeratore & denominatore remanebit fractio in minoribus terminis. pro  $\frac{100}{200}$  abjectis utrinq; duabus cifris, assumi potest reducta  $\frac{1}{2}$ .

2. Si minima nota eam numeratoris quoti den

numeratoris est par; fractio etiam continuâ dimidiatio- ne usq; ad numerum imparem reducitur ad minores terminos, ut hæc

$$\frac{192}{256} | \frac{96}{128} | \frac{48}{64} | \frac{24}{32} | \frac{12}{16} | \frac{6}{8} | \frac{3}{4}$$

3. Si datus numerator & denominator fractionis non agnoscat mensuram communem; assumatur nume-

ratoris loco quivis numerus, e. g. 10. & ducatur in datum denominatorem majorem; productum vero dividatur per numeratorem datum; sic re- sultabit denominator fractionis, datâ quidem minoris: at si duplicentur ambo numeri & de- nominatori adhuc addatur 1. producetur fra- ctio in minoribus terminis, propositâ in majori- bus terminis ferè æqualis juxta Clavium Geom. præct. lib. 4. cap. 5. num. 4. & prop. 10. lib. 8.

Ut fractioni  $\frac{1017}{2500000}$  si factus à 2500000. per 10. numeratorem assumptum, nempe 25000000. dividatur per 1017. numeratorem datum. Quotus enim 2509. est denominator fractionis  $\frac{10}{2509}$  datâ mino- ris. At si Quotus unitate augeatur, fractio  $\frac{10}{2510}$  est major datâ. Ex urraq; igitur additâ com- ponitur media & datâ fractioni proximè æqua- lis  $\frac{10}{2509}$ .

## Problema 15.

Fractionis valorem in integro scrutari.

Valor fractionis in integro desumitur ex  
2 C colla-

collatione Numeratoris & denominatoris. Si enim Numerator & Denominator sunt æque fractio æquipollens integro. Ut  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{4}{8}$  valent.

Si numerator est major denominatore; fractio se continet unum vel plura integra. Illa igitur per divisionem eruantur, & residuum constituit novam fractionem his annectendam.

Ut  $\frac{2}{3}$  sunt  $3\frac{2}{3}$ .

Si vero Denominator sit major numeratore; ratio tot partibus minor est integro, quot in tribus numerator differt à denominatore.  $\frac{1}{2}$  minores sunt integro quippe deest  $\frac{1}{2}$ . Clavius Arithm. cap. 7.

### Problema 16.

Valorem Fractionis in minimam monerā, pondere vel mensurā cognoscere.

Numerator datus ducatur in partes non æquales & factus dividatur per denominatorem. Quotus enim ostendet valorem fractionis in minima specie monetæ, ponderis vel mensuræ.

E.g.  $\frac{1}{2}$  unius Thaleri quot efficiunt oras? Quoniam 32. oræ constituunt Thalerum, si numerator 3. ducatur in 32. & factus 96. dividatur per denominatorem 4. Sic Quotus ostendit  $\frac{1}{2}$  Thaleri efficere 24. oras.

Sic  $\frac{1}{2}$  unius Imperialis æquivalent 75. gros. Nam 90. multiplicatis per 5. producantur 450. quibus divisus per 6. Quotus est 75.

Similiter  $\frac{1}{2}$  unius Imperialis sunt 9. marcæ. Et  $\frac{1}{2}$  unius libræ reducuntur in semuncias 12. Item si quærat  $\frac{1}{2}$  unius gradus, quot contineant minuta? Resp. minuta 50.

### Problema 17.

Integra resolvere in fractionibus.

1. Integri numeri abstracti resolvuntur in fractiones subscribendo his 1. cum interjectā lineā. Vel si certus quidam denominator datus sit; ducatur in integra factaq; subijciatur.

E.g. Sint 7. integra reducenda in fractionem? Disponantur saltem hoc modo  $\frac{7}{1}$  factaq; est conversio.

At si 7. integra revocanda sint in quintas partes? Multiplicanda sunt 7 per 5 & productum 35. sic numerator, cui datus denominator 5. subternitur hoc modo  $\frac{35}{5}$ .

2. Integri numeri concreti resolvuntur in fractionem majoris speciei, si his pro numeratore acceptis, loco denominatoris subscribatur numerus illarum partium, in uno integro majoris speciei contentarum, & uterq; ad minimos terminos reducat juxta probl. 14.

O 3

E.g.

E. g. Oræ 24. quot constituunt partes unius Thaleri? Recordor oras 32. contineri in uno Thaleri; igitur denominator fractionis est 32. numerator vero 24. attamen hi termini, qui sunt majores, porro reducuntur ad minimos per communem mensuram 8. in  $\frac{3}{4}$  vel per dimidiationem

$\frac{24}{32} | \frac{12}{16} | \frac{6}{8} | \frac{3}{4}$  Hinc dico 24. oras constituere  $\frac{3}{4}$  unius Thaleri.

Ita etiam 75. grossi constituunt  $\frac{5}{8}$  unius Imperialis. Nam  $\frac{75}{96}$  per 15. revocantur in  $\frac{5}{8}$ .

Et 9. Marcæ sunt  $\frac{3}{4}$  unius Imperialis, quippe  $\frac{9}{12}$  per 3. contrahuntur in  $\frac{3}{4}$ .

Item 12. semunciae, sive  $\frac{1}{2}$  sunt  $\frac{3}{8}$  unius libræ.

Similiter 50. minuta efficiunt  $\frac{5}{12}$  vel abjectis cifris  $\frac{5}{12}$  unius gradus. Et gradus 120. sunt  $\frac{1}{2}$  pars circuli, uti patet ex hoc paradigma

$$\begin{array}{r|l} 120 & 120 \\ \hline 120 & 120 \\ 360 & 360 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 12 \\ \hline 12 & 12 \\ 36 & 36 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 6 & 6 \\ \hline 6 & 6 \\ 18 & 18 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ 9 & 9 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{array}$$

### Problema 18.

Unam fractionem in aliam cuiuscunque denominationis reducere.

Fractionis reducendæ numerator ducatur in denominatorem quæsitæ. Sic factus divisus per denominatorem reducendæ fractionis, in quot

quot dabit numeratorem reductæ fractionis quæsitæ. Conf. Met. Arithm. cap. 24. num. 4.

E. g. Sint  $\frac{15}{64}$  reducendæ in  $\frac{1}{1000}$ , id est in millesimas? Igitur 15. multiplicatis per 1000. producantur 15000. quibus per 64. divisus oritur numerator novus 234. Hinc fractio reducta est  $\frac{234}{1000}$  data  $\frac{1}{64}$  æqualis.

Item, cum Ramus Geom. lib. 19. elem. 1. in Triangulo, cujus singula latera sunt 6. perpendiculararem ponat 5  $\frac{1}{2}$ , quæritur, quot ista fractio  $\frac{1}{2}$  efficiat partes millesimas, sive decimales? Resp.  $\frac{1}{1000}$  hinc tota perpendicularis est 5. 182.

### Problema 19.

Diversas fractiones ad eandem denominationem reducere.

Diversas res, utpote mensuras & pondera, neq. in unam summam colligi, neq. ab invicem subtrahi posse, vulgo notum est. Eodem modo fractiones diversarum denominationum, tanquam heterogenæ addi vel subtrahi nequeunt, priusquam ad alias cognomines, sive ad eandem vel communem denominationem reductæ fuerint.

Igitur in hac reductione numeratores fractionum ducantur decussatim, sive per crucem, in denominatores, & producantur novi numera-

tores suis numeratoribus subscribendi. Hoc facto, dati denominatores etiam in se invicem ducuntur, & orietur novus sive communis denominator.

E. g. Sint  $\frac{2}{7}$  &  $\frac{5}{8}$  reducendæ ad eandem denominationem. Hic his 7. sunt 14. & sub scribuntur, itemq; ter 5. sunt 15. & sub 5. iterum notantur; Inveni igitur sunt novi numerator res; pro communi autem denominatore ter 7. efficiunt 21. Dispositio numerorum talis est.

$\frac{2}{7} \times 3$	Inventaq; fractio prior $\frac{2}{7}$ æquatur $\frac{6}{21}$
$\frac{14}{15}$	posterior vero $\frac{5}{8}$ æquatur $\frac{15}{24}$ juxta prop.
$\frac{21}{12}$	10. Clavij in appendice ad lib. 9. Elem. Euclid.

### Observatio.

Modus hujus reductionis locum solummodo habet in duabus fractionibus. Quod si vero plures, quàm duæ, dentur; Denominator primus ducatur in denominatorem secundum, productum verò in tertium, & sic consequenter, inde produciunt communis denominator. Hic porro multiplicetur per singulos numeratores, & factus dividatur per suum denominatorem. Quotus enim est numerator reductæ fractionis.

E. g. Dentur quatuor hæ fractiones  $\frac{2}{3}$   $\frac{4}{5}$   $\frac{7}{8}$   $\frac{9}{10}$  & sint reducendæ ad eandem denominationem. Igitur ter 5. sunt 15, & octies 15. sunt 120. 120. demq; septies 120. sunt 840. Hic factus est denominator

numerator communis, qui pro obtinendis numeratoribus multiplicetur

	840	840	840	840
per	2	4	3	5
	1680	3360	2520	4200

Factisq; divis per numeratores hoc modo

1680	(560.	3360	(672.	2520	(315.	4200	(600.
3		5		8		7	

fractiones datæ ad has cognomines reductæ erunt  $\frac{560}{840}$   $\frac{672}{840}$   $\frac{315}{840}$   $\frac{600}{840}$ .

### Problema 20.

Fractionem majorem à minori dignoscere.

Data fractiones reducantur ad eandem denominationem per probl. 19. Tum enim cujus numerator est major, illa fractio est major alterâ, vi prop. 10. lib. 5. Eucl.

E. g. Si quærat, utra ex his duabus  $\frac{2}{3}$  &  $\frac{5}{8}$  sit major? Factâ reductione ad eandem denominationem, numerator posterioris nempe 15. major est numatore prioris 14. Quare  $\frac{5}{8}$  sunt majores  $\frac{2}{3}$  & quidem unâ parte vigesimâ primâ.

### Problema 21.

Fractiones addere.

Fractiones si non sint cognomines, reducantur ad eandem denominationem juxta probl.

C 5

19. Hoc

19. Hoc facto, reducti numeratores vulgariter inter se addantur, summæq; eorum subscibatur communis denominator. Ea fractio exhibet summam fractionum datarum per prop. 20. Clavij in appendice ad lib. 9. Elem. Eucl.

E.g. Sint addendæ hæ fractiones cognomines  $\frac{4}{9}$   $\frac{1}{9}$   $\frac{5}{9}$ . Igitur 4. & 1. efficiunt 5. additis 5. fiunt 10. additis 7. sunt 17. & summa datarum fractionum est  $\frac{17}{9}$  sive  $1\frac{8}{9}$  per probl. 15.

Item sint addendæ  $\frac{2}{7}$  ad  $\frac{4}{7}$ . Quoniam hæ fractiones sunt heterogeneæ, prius reducantur ad eandem denominationem per probl. 19. & 10. eo datarum addantur hæ cognomines  $\frac{2}{7}$   $\frac{4}{7}$  priori modo: 14. & 15. efficiunt 29. ergo summa datarum est  $\frac{29}{7}$  sive  $4\frac{1}{7}$ .

### Problema 22.

Fractionem minorem à majori subducere.

Datis fractionibus ad eandem denominatores iterum reductis per probl. 19. numerator minor vulgariter subtrahatur à majore, residuoq; subjiciatur communis denominator, sic facta est subtractio, per probl. 21. appendicis Clavij ad lib. 9. Eucl.

E.g. Sint  $\frac{4}{9}$  subtrahendæ à  $\frac{7}{9}$ . Simpliciter hic subtrahuntur 4. à 7. & relinquntur 3. Dico igitur residuam fractionem quaesitam esse  $\frac{3}{9}$  sive  $\frac{1}{3}$  per probl. 14.

Ira etiam si  $\frac{7}{9}$  sint subtrahendæ à  $\frac{4}{9}$ ? Præviâ reductione ad has cognomines  $\frac{28}{27}$   $\frac{56}{27}$  subtrahuntur 27. à 56. & fractio residua est  $\frac{29}{27}$ .

### Problema 23.

Fractiones multiplicare.

Numerator primus ducatur in numeratorem secundum; hinc resultat numerator fractionis quaesitæ. Similiter ex ductu unius denominatoris in denominatorem alterum produciatur denominator quaesitus, juxta prop. 22. appendicis Clavij ad lib. 9. Eucl.

Ut  $\frac{2}{4}$  per  $\frac{5}{7}$  multiplicatæ producant  $\frac{10}{28}$ . Nam ter 5. sunt 15. & quater 7. sunt 28. quippe ex numeratoribus in se ductis gignitur numerator; ex denominatoribus denominator fractionis quaesitæ.

### Observationes.

1. Si alterni numeratores & denominatores agnoscent communem mensuram; per eam compendij gratiâ, ante multiplicationem revocentur ad minimos numeros per probl. 14.

E.g. Si  $\frac{2}{4}$  sint multiplicandæ per  $\frac{3}{9}$ ? Quoniam numerator prioris & denominator posterioris communem habent mensuram 3. Igitur datarum loco assumuntur contractæ  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$  sic facilius & statim obtinetur producta fractio  $\frac{1}{6}$ .

Ira



Ita etiam pro  $\frac{1}{4} \frac{5}{8}$  multiplicandis, assumuntur  $\frac{1}{2} \frac{5}{8}$  & fractio producta est  $\frac{5}{16}$ .

Similiter si  $\frac{2}{3}$  per  $\frac{2}{8}$  sint multiplicandi contrahuntur bis, primo per 25. in  $\frac{1}{2} \frac{2}{4}$  deinde per 9. in has  $\frac{1}{4} \frac{1}{4}$  unde factus  $\frac{1}{16}$ .

2. Si alterni numeratores & denominatores sint quales; iis omissis, reliquus numerator reliquo denominatori supra scriptus producit fractionem quaesitam. Conf. Metij Arithm. cap. 27.

Ut  $\frac{1}{2}$  per  $\frac{4}{4}$  producant  $\frac{2}{2}$  nam 4. & 4. se solunt.

### Problema 24.

Fractionem maiorem per minorem dividere.

Permutentur numeri *divisorii*, ita ut ex numeratore fiat denominator, & contra. Sic per probl. 23. multiplicando numeratores inter se itemque denominatores inter se, invenitur Quotus quaesitus, juxta Glavij prop. 23. in appendice lib. 9. Eucl.

Ut si  $\frac{3}{4}$  sint dividenda per  $\frac{2}{3}$ . Quoniam Divisor est  $\frac{2}{3}$  igitur termini ejus invertuntur hoc modo  $\frac{3}{2}$  factaque multiplicatione  $\frac{3}{4}$  in  $\frac{3}{2}$  Quotus est  $2\frac{1}{8}$  sive  $2\frac{1}{8}$ .

### Observationes.

1. Si fractiones fuerint ejusdem denominationis numerator dividendi dividatur per numerato-

tem divisoris. Sic compendiosè obtinetur Quotiens quaesitus per elem. 11. cap. 14. lib. 1. Arithm. Rami.

Ut si  $\frac{5}{8}$  sint dividenda per  $\frac{2}{3}$  juxta praescriptum problematis ita instituenda esset divisio  $\frac{5}{8}$  per  $\frac{3}{2}$  ( $\frac{4}{2}$  sive 3. nam 42. per 14. divisus juxta probl. 15. emergunt 3. At brevius sic fiet  $\frac{5}{2}$  (3:

2. Si vel numeratores inter se, vel denominatores inter se communem agnoscant mensuram; ante divisionem redigantur ad terminos minimos.

E. g. Si dividenda sint  $\frac{4}{8}$  per  $\frac{5}{8}$ . loco denominatorum datorum assumuntur *contracti* per 7. quales sunt  $\frac{4}{7}$  per  $\frac{5}{7}$  & inversis terminis divisoris multiplicantur  $\frac{4}{7}$  per  $\frac{7}{5}$  & quotus est  $\frac{8}{5}$  sive  $1\frac{3}{5}$ .

Similiter si  $\frac{9}{8}$  sint dividenda per  $\frac{7}{8}$  *contracti* possunt bini numeratores per 3. & bini denominatores per 7. datorumque fractionum loco, ad divisionem assumuntur  $\frac{3}{2}$  dividenda per  $\frac{1}{7}$  & Quotus est  $\frac{3}{2}$  sive  $1\frac{1}{2}$ .

Examen specierum computationis in fractionibus instituitur, uti in integris.

## CAP. V.

### De numeris mixtis.

Cum numeri mixti evadant, quando integris fractiones permiscuntur: Duplices erunt hi numeri, nempe vel solitarij vel conjuncti.

Mixti

Mixti solitarij sunt, quorum alter ex solis integris; alter ex solis fractis constat, ut  $3 \frac{1}{2}$ .

Mixti conjuncti sunt, ubi integri & fracti numeri complicantur ut  $2 \frac{1}{2}$  &  $5 \frac{1}{3}$ .

Utriusq; verò numeri mixti spectatur tunc reductio ad formam puræ fractionis, tum computatio sive Algorithmus.

### Problema 25.

**Numeros mistos ad fractionem puram reducere.**

Integri quidem numeri soli rediguntur in fractos per probl. 17. Verum, si integris addantur fractiones; denominator fractionis ducatur in integra, & facto addatur numerator datus; sic acquiritur numerator fractionis reductæ, cui denominator datus saltem est subscribendus.

Ut 4. rediguntur in hunc fractum  $\frac{4}{7}$  vel si partes e. g. quintæ requirantur, erit data æquivalens  $2 \frac{2}{5}$ .

Vel si hic numerus mistus  $3 \frac{1}{2}$  sic revocandus in puram fractionem? quia bis 3. sunt 6. & addito 1. fiant 7. quæ sita fractio hæc est  $\frac{7}{2}$ .

### Problema 26.

**Numeros mistos sibi invicem addere.**

Fractiones puræ integris adduntur, si simpliciter

citeriis adscribantur, ut si  $\frac{3}{4}$  addendæ sint ad 2. summa est  $2 \frac{3}{4}$ .

Integri verò numeri annexam habentes fractionem adduntur, si numeri homogenei, id est fracti inter se & integri etiam inter se per probl. 6. & 21. in unam summam colligantur.

Ut  $2 \frac{1}{2}$  &  $5 \frac{1}{2}$  sunt  $7 \frac{1}{2}$ . Nam 2. & 5. sunt 7. & quia denominatores sunt æquales, summa numeratorum 4. & 1. dat numeratorem summe datarum fractionum, 5. adeoq; ipsam fractionem  $\frac{1}{2}$  & præmissâ summâ integrorum (2. & 5.)  $7 \frac{1}{2}$ .

### Problema 27.

**Numeros mistos ab invicem subtrahere.**

Si fracti soli ab integris soli sint subtrahendi; unum integrum resolvatur in fractionem, ejusdem cum datâ denominationis per probl. 17. Hoc facto, instituantur subtractio numeratorum per probl. 22.

Ut à 5. integris si subducendæ sint  $2 \frac{1}{2}$ ? Ex 5. desumptum unum resolvitur in  $\frac{5}{2}$  à quibus si subtrahantur  $\frac{1}{2}$  remanet  $\frac{4}{2}$  & totus mistus residuus est  $4 \frac{1}{2}$ .

Si verò integri & fracti numeri complicantur; fracti à fractis, & integri numeri ab integris subtrahuntur, sub hac tamen cautelâ, ut si fortè subtrahenda fractio sit major sibi superscriptâ, id est,

id est, à quâ fieri debet subtractio, unum in-  
grum resolvatur in partes cognomines earum  
dantur numeratori fractionis verticalis. Si  
enim numerator fractionis subtrahendæ poter  
ab eo auferri.

E.g. à  $9\frac{1}{2}$  sint subtrahenda  $5\frac{3}{8}$ . Primum  
fractiones subtractioni præparandæ sunt per  
reductionem ad communem denominatore  
juxta probl. 19. ubi priori nempe  $\frac{1}{2}$  æquantur  $\frac{4}{8}$   
at posteriori nimirum  $\frac{3}{8}$  æquantur  $\frac{3}{8}$ . Demum  
quia hoc loco à  $\frac{1}{8}$  subtrahi non possunt  
quippe hæc fractio per probl. 20. est major illa  
igitur à 9. demitur unum, sive 5. per appositum  
punctum uno augmentur, illudq; resolvitur in  
fractionem datæ denominationis, nempe in  $\frac{3}{8}$ .  
Hujus numeratori 28. addatur numerator præ  
mus 7. & erit compositus numerator 35.  
hoc tandem subtrahatur numerator fractionis  
subtrahendæ nempe 12. eritq; reliqua fractio  $\frac{23}{8}$   
& post subtractionem integrorum à se invicem  
6. à 9. (vel 5. ab 8.) remanebit quæsitus nume  
rus mistus  $3\frac{7}{8}$ .

### Problema 28.

**Numeros mistos inter se  
multiplicare.**

Numeri mixti redigantur ad formam purarum fractionum per probl. 25. & more fractionum numeratora in se, itemq; denominatora in se

in se invicem ducti per probl. 23. exhibebunt factum quæsitum.

E.g. Sint 4. multiplicanda per  $2\frac{7}{8}$ . Numerus integer reducitur ad hunc fractum  $\frac{4}{8}$  & mistus (multiplicando denominatorem 3. per integra 2. & facto 6. addendo numeratorem 7.) ad  $\frac{19}{8}$  factaq; multiplicatione numeratorum inter se (quater 7. sunt 28.) procreatur novus numerator 28. itemq; denominatorum inter se (semel 3. sunt 3.) producitur denominator quæsitus. Unde tota fractio producta  $\frac{28}{3}$  sive  $9\frac{2}{3}$  per problem. 15.

Ita etiam si  $7\frac{7}{8}$  sint multiplicanda per  $3\frac{7}{8}$ . Hi misti ad formam purarum fractionum reducti sic stabunt  $\frac{59}{8}$  &  $\frac{31}{8}$ . Ergo ex ductu numeratoris 43. in numeratorem 17. producitur numerator quæsitus 731. & denominatoribus inter se multiplicatis (quinq; 6. sunt 30.) procreatur denominator quæsitus 30. eritq; factus  $\frac{731}{30}$  sive  $24\frac{11}{30}$ .

### Problema 29.

**Numeros mistos dividere.**

Mixti numeri redigantur in fractos per probl. 25. & inversis terminis divisoris fiat multiplicatio per probl. 23. Hoc pacto producitur Quotus quæsitus.

E.g. Sint  $9\frac{1}{2}$  dividenda per 4. Hi misti ad formam purarum fractionum reducti sunt  $\frac{19}{2}$  &  $\frac{4}{4}$

$\frac{4}{7}$  & transpositis divisoris terminis  $\frac{28}{7}$  quando multiplicantur per  $\frac{7}{4}$ . Quotus existit  $\frac{28}{7}$  si ve  $2\frac{1}{2}$ .

Item si  $9\frac{1}{2}$  sint dividenda per  $2\frac{1}{2}$ . per reductionem ad puras fractiones inveniuntur  $\frac{18}{4}$  adeoq; Quotus 4. per observ. 1. probl. 24.

Similiter  $24\frac{1}{2}$  si sint dividenda per  $3\frac{1}{2}$  si ve  $\frac{1}{2}$  per inversos terminos divisoris  $\frac{1}{2}$  in  $\frac{1}{2}$  multiplicando invenitur Quotus  $3\frac{1}{2}$  si ve  $7\frac{1}{2}$  & post contractionem per communem mensuram 85. in minimis terminis  $7\frac{1}{2}$ .

Probatio computationis mistorum fit in additione per subtractionem, & contra; Itemq; multiplicatione per divisionem, & contra, ut superius in integris.

## CAP. VI.

De numeris (1.) paribus & imparibus; (2.) perfectis, abundantibus & diminutis, (3.) primis & compositis.

Sic fuit computatio simplex: sequitur comparata, quæ numerorum inter se comparisonem exponit.

Comparatio autem alia est in relatione, alia in ratione, alia in proportionem.

Relatio infert certum numerorum respectum vel ad suas partes, unde sunt numeri

1. Pares aut impares;

2. Perfecti, abundantes & diminuti.  
vel ad mensuram suam, unde dicuntur numeri.

3. Primi & compositi, alij per se, alij inter se.  
Numerus par est, qui bisariam dividitur. Eucl. lib. 7. def. 6. si ve, qui in duas æquales partes citra fractionem dividi potest. Ut 4. 6. 8. 10. &c. quia semisses eorum sunt 2. 3. 4. 5.

Estq; vel pariter par, vel impariter par, vel pariter & impariter par.

Numerus pariter par est, quem par numerus tantum metitur, (id est; exactè dividit) per numerum parem.

Si ve qui per nullum imparem dividitur. Ut 32. non nisi per 8. dividuntur in 4. vel per 4. in 8. numeros semper pares.

[Melioris distinctionis gratiâ ex mente Pythagoræorum hic adjicitur particula exclusiva tantum, quam Euclides def. 8. lib. 7. omittit, adeoq; numeros pariter pares latius extendit. Conf. Arithm. Neufville lib. 1. cap. 10. prop. 23. & Clavius ad def. 9. lib. 7. Eucl. Ut 12. est numerus pariter par juxta Euclidem, quia per parem 2. dividitur in alium parem 6. Sed juxta Pythagoræos aliosq; non est numerus pariter par, quippe per 3. numerum imparem etiam dividitur.]

Numerus impariter par est, quem par numerus

rus *tantum* metitur per imparem. Ut 13. exactè dividit 2. per 9. vel 6. per 3.

Numerus *pariter & impariter par* est, quem numerus par exactè dividit tum per parem, tum per imparem. Ut 24. metitur & 4. per 6. & 8. per 3.

Numerus *impar* est, qui bifariam dividi nequit, *sive* qui unitate differt à proximo pari. Eucl. lib. 7. def. 7. Ut 5. quia in duas æquales partes citra fractionem non dividitur.

Numerus *perfectus* est, qui suis ipsius partibus aliquotis simul sumptis est æqualis. Eucl. lib. 7. def. 22. Ut 6. per 3. in 2. & tandem in 1. dividitur, adeoq; 3. 2. 1. sunt partes aliquotæ senarij. Istæ verò additæ sive simul sumptæ reddunt eum. Dicitur igitur numerus perfectus, & quidem est inter eos primus, idcirco etiam in Astronomiam introductus putatur Ursino Trigonomet. lib. 1. cap. 5. cum Veteres potius per primos, quam per compositos numeros, loqui maluerint.

Numerus *abundans* est, cujus partes aliquotæ simul sumptæ totum excedunt. Ut 12. Huius enim partes aliquotæ 6. 4. 3. 2. 1. si colligantur, summa 16. major est numero toto.

Numerus *diminutus* est, cujus partes aliquotæ simul sumptæ minus ipso toto constituunt. Ut 8. cujus partes aliquotæ 4. 2. 1. componunt. Hæc autem summa minor est ipso toto, videlicet 8.

Nu-

Numerus *per se primus* est, quem præter se sola unitas metitur. Eucl. def. 11. lib. 7. Ut 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. &c. sunt numeri per se primi.

Numerus *per se compositus* est, quem præter se & unitatem alius numerus metitur. Eucl. def. 13. lib. 7. Talis est 8. siquidem 4. per 2. eum metitur.

Numeri *inter se primi* sunt, qui nullam aliam agnoscunt communem mensuram, præter unitatem. Eucl. def. 12. lib. 7. Dicuntur aliis *incommensurabiles*. Ut 4. & 9. 7. & 23. 16. & 25.

Numeri *inter se compositi* sunt, qui habent aliquam communem mensuram. Eucl. def. 14. lib. 7. Ut 8. & 20. metitur 4. sunt igitur numeri inter se compositi à 4. Similiter 9. & 21. metitur 3.

Dicuntur ab aliis *commensurabiles*, & à Jordano *communicantes*.

### Problema 30.

### Numeros pares & impares discernere.

Numeri quinam sint pares vel impares colligitur 1. *ex serie naturali*. Numeri enim alternati sunt impares & pares. Hinc contextum est cribrum Eratosthenis, quo impares loco superiori, pares loco inferiori statuuntur hoc modo

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. &c.

D 3

2. Ex

2. *Ex notatione numeri.* Si enim dextima ejus nota sit impar, totus numerus dicendus est impar. Sin vero fuerit par vel cifra, totus numerus est par.

Ut 15, est numerus impar: quippe invenitur in superiori ordine & dextima ejus nota nempe 5, est impar.

Contra 36, est numerus par propter dextimam notam parem. Sic etiam hic 360, est par quia definit in cifra.

### Problema 31.

**Omnes numeros pariter pares invenire.**

Quoniam omnes numeri à binario dupli sunt pariter pares tantum, per prop. 32. lib. 9. Eucl. Igitur binarius ducatur primò in seipsum, & prodibit primus pariter par, nempe 4. Hic deinde multiplicetur per 2. & producetur secundus qui est 8. Eodem modo productorum ultimus semper multiplicetur per 2. & obtinebuntur omnes numeri pariter pares.

Ut si novem priores numeri pariter pares sint inveniendi? Erunt hi 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.

Usum horum numerorum est in transformandis aciebus, ideoq; Alianus ait, eos militiæ causa excogitatos esse. Si enim ex his detur numerus mili-

militum; tot modis acies citra residuum instrui & transformari potest, quot numeri eum à 2. antecedunt. E.g. dentur milites 64. ex his licebit aciem quinq; modis transformare ita ut sit

	primo	secundo	tertio	quarto	quinto
in fronte	2	32	4	16	8
in latere	32	2	16	4	8

& nullus supererit. Conf. Rami Arithm, lib. 1. cap. 6. cl. 5.

### Problema 32.

**Omnes numeros impariter pares invenire.**

Ex probl. 30. descripti omnes numeri impares duplicentur sive multiplicentur per 2. & acquisiti erunt numeri impariter pares juxta prop. 33. lib. 9. Eucl. ut: Series numerorum imparium.

3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. &c.  
6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. 34. 38. 42. 46. &c.  
Numeri impariter pares.

### Problema 33.

**Numeros pariter impariterq; pares indagare.**

In numeros impariter pares, per probl. 32. acquisitos, ducatur binarius una cum reliquis numeris pariter paribus ex probl. 31. Producti

enim numeri erunt pariter impariterq; pares  
vi prop. 34. lib. 9. Eucl. Ut

Numeri impariter pares

| Numeri pariter pares |  | 6.  | 10. | 14. | 18. | 22. | 26. | 30. |
|----------------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                      |  | 12  | 20  | 28  | 36  | 44  | 52  | 60  |
| 2                    |  | 12  | 20  | 28  | 36  | 44  | 52  | 60  |
| 4                    |  | 24  | 40  | 56  | 72  | 88  | 104 | 120 |
| 8                    |  | 48  | 80  | 112 | 144 | 176 | 208 | 240 |
| 16                   |  | 96  | 160 | 224 | 288 | 352 | 416 | 480 |
| 32                   |  | 192 | 320 | 448 | 576 | 704 | 832 | 960 |

& sic deinceps in infinitum. Conf. Neufville  
Arithm. lib. 1. cap. 10. prop. 32.

### Problema 34.

Numerorum per se compositorum  
mensuram investigare.

Numerorum per se compositorum mensura  
constat ex his digitorum proprietatibus:

*Binarius* omnem numerum metitur, cujus  
dextima figura est par vel Cifra. Ut numeri  
346. mensura est 2.

*Ternarius* omnem numerum metitur, cujus  
figurarum pro digitis acceptarum summam me-  
titur. Ut si detur hic 432. Quatuor & tria sunt  
septem, & additis duobus fiunt 9. Hanc sum-  
mam digitorum metitur 3. ergo etiam totum  
numerus.

Qua-

*Quaternarius* omnem numerum metitur, cu-  
jus duas figuras primas à dextris metitur. Ut  
hunc numerum 25316. metitur 4. quia ejus par-  
tem, sub duabus figuris primis comprehensam,  
nempe 16. metitur.

*Quinarius* omnem numerum metitur, cujus  
dextima nota fuerit 5. vel 0. qualis hic 3465.

*Senarius* omnem numerum parem metitur,  
quem ternarius metitur. Ut hunc numerum 432.  
quem 3. antea metiebatur, metitur etiam 6. tan-  
quam parem.

*Septenarius* quem numerum metiatur, ex ipsa  
divisione per eum cognoscitur.

*Octonarius* omnem numerum metitur, cujus  
tres figuras primas metitur. Ut hunc 15320. me-  
titur 8. quia ejus partem, sub tribus notis dex-  
tris contentam, nempe 320. metitur.

*Novenarius* omnem numerum metitur, cujus  
figurarum, pro digitis acceptarum, summam  
metitur. Ut hujus numeri 15327. quinque figuræ  
si addantur summa earum est 18. Hanc quia 9.  
metitur, igitur etiam ipsum numerum datum  
metitur.

*Denarius* omnem numerum metitur, cujus  
prima figura est 0. qualis hic 15320.

Conf. Stifel. Arithm. lib. 1. cap. 2. Neufvil-  
le Arithm. lib. 1. cap. 11.

### Problema 35.

D 5

Da-

**Datus numerus utrum sit per se primus vel compositus explorare.**

Datus numerus exigitur ad regulas problematis 34. Si enim mensuram aliquam habet, est compositus; sin nullam habet, est primus.

**Problema 36.**

**Datis alicujus numeri compositi omnes divisores primos invenire.**

Datus numerus compositus una cum quotis dividatur continuè per numeros primos, donec quotus sit numerus primus. Sub hac tamen cautelâ, ut divisorum primorum *series naturalis observetur*, & quilibet divisor toties, quoties potest, dividat, priusquam alius admittatur.

Ut 60. est numerus compositus. Ejus divisores primi sunt 1. 2. 3. 5. & inveniuntur divisione continuâ hoc modo

Similiter hujus compositi 288. divisores primi sunt 1. 2. 2. 2. 2. 3. 3. uti patet ex hoc præradigmate

Sic Platonici illius numeri civium in Republica qui est 5040, divisores primi inveniuntur 1. 2. 2. 2. 3. 3. 5. 7.

*Pro*

**Problema 37.**

**Dati alicujus numeri compositi omnes divisores compositos investigare.**

Sicut divisores primi per divisionem, in probl. 36. ita divisores compositi hic per multiplicationem acquiruntur, si

1. Ultimus divisor primus ducatur in ultimum quotum, & factus ascribatur. Hinc oritur numerorum ordo primus.

2. Penultimus divisor primus ducatur in totum ordinem primum, factiq; singuli suo factori subjiciantur, ut existat ordo secundus.

3. Antepenultimus divisor primus ducatur in priores ordines, & sic etiam reliqui divisores omnes, nisi idem divisor recurrat. Tum enim in proximos saltem factos ducitur.

Ut hujus numeri 60. divisores primi sunt 1. 2. 2. 3. 5. igitur pro compositis sic

|                          |                          |                      |                            |
|--------------------------|--------------------------|----------------------|----------------------------|
|                          | 2                        | 5                    | 15                         |
| operor:                  | Ex ductu enim ultimi di- | 2                    | 6                          |
| visoris primi 3.         | in ultimum quo-          | 4                    | 12                         |
| tum 5.                   | producuntur 15.          | 10                   | 30                         |
| & hi tres numeri consti- | tuent ordinem primum.    | 20                   | 60                         |
| Deinde penultimus        | divisor primus 2.        | per 3.               | facit 6,                   |
| per 5.                   | 10.                      | per 15.              | 30.                        |
| subscribenda in ordine   | secundo.                 | Tandem               | antepenultimus divisor     |
| primus 2.                | quoniam præ-             | cedenti est æqualis, | in secundum duntaxat ordi- |
|                          |                          |                      | nem                        |



nem ductus producit tertium ordinem subscriptum. Sunt igitur dati numeri 60. divisores omnes 11. vel cum unitate 12.

Haud aliter numeri Platonici 5040. deprehenduntur divisores 60.

### Observatio.

Si divisor ultimus & penultimus æquantur satius est eos in se ductos primum ordinem constituisse & per ultimum quorum loco divisoris penultimi, multiplicare.

Vt hujus 360. sunt divisores primi 2. 2. 2. 3. 3. 5.

Hinc pro divisoribus compositis

|    |     |     |
|----|-----|-----|
|    | 3   | 9   |
| 5  | 15  | 45  |
| 2  | 6   | 18  |
| 10 | 30  | 90  |
| 4  | 12  | 36  |
| 20 | 60  | 180 |
| 8  | 24  | 72  |
| 40 | 120 | 360 |

### Problema 38.

Datus numerus compositus  
quot modis componatur edisserere.

Divisores per probl. 36. & 37. inventi, cum nihil aliud sint quam partes aliquotæ numeri dati, disponantur juxta seriem naturalem, ita ut eorum dimidiæ parti altera superscribatur ordine tamen retrogrado. Qui enim hac ratione conjuncti sunt, per multiplicationem reddunt nume-

numerus propositum, cujus sunt divisores vel partes aliquotæ, & tot sunt modi numerum componendi, quot videlicet in hac dispositione dantur multiplicantes.

Vt hic numerus compositus 60. quia constat divisoribus 12. componitur sex modis taliter

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
| 60 | 30 | 20 | 15 | 12 | 10 |
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 60 | 60 | 60 | 60 | 60 | 60 |

Usus hujus problematis itidem est in struendis & commutandis aciebus, quippe quot modis numerus militum componitur, tot duplicatis modis possunt illi in aciem disponi. Quando enim acies est dilatanda ad terrendum hostem; frontem sustinere possunt multiplicandi, & multiplicantes dabunt ordines militum. Contra si vis militum sit occultanda; multiplicantes exhibebunt frontem, multiplicandi vero ordines aciei.

Sic datis 60. militibus, acies 12. modis potest variari, & numerus ille Platonius 5040. modis 60.

Conf. Ram. Arithm. lib. 1. cap. 7.

### Problema 39.

Datus numerus utrum sit perfectus, abundans vel diminutus explicare.

Simi-

Similiter per probl. 36. & 37. inquirantur dati numeri partes aliquotæ (divisores enim isti partes aliquotas designant) & colligantur in unam summam annumeratâ etiâ unitate. Summa enim si est æqualis dato numero; dicitur numerus perfectus; si vero major, dicitur numerus abundans, si fuerit minor dato, dicitur numerus diminutus.

Ut si quæzatur, qualis sit numerus 28? Partes ejus aliquotæ sunt 1. 2. 4. 7. 14. & summa eorum 28. Est igitur numerus perfectus.

At 60. est numerus abundans, quippe ex partibus ejus aliquotis 1. 2. 3. 4. 5. 6. 10. 12. 15. 20. 30. colligitur summa 108. major dato.

### Problema 40.

Omnes numeros perfectos indagare.

Unitati & binario adjungantur numeri pariter pares ex probl. 31. Hi numeri juxta ordinem semper colligantur in unam summam, donec evadat numerus primus. Iste ducatur in ultimum numerum additorum, & existet numerus perfectus, vi prop. 36. lib. 9. Eucl.

Ut dispositis sequenti modo jam dictis numeris 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. &c. Principio addantur 1. & 2. summa vero eorum nempe 3. quia est numerus primus, multiplicetur

tur per ultimum additorum, qui est 2. & produciatur *primus* in ordine numerus perfectus 6.

Deinde 1. 2. 4. componunt 7. numerum etiam primum, ergo 4. in 7. ductus generat *secundum* numerum perfectum 28.

Porro 1. 2. 4. 8. efficiunt 15. at summa hæc est numerus compositus, adeoq; huic negotio ineptus; hinc præterea additur sequens 16. Jam summa est 31. numerus primus; igitur multiplicatur per ultimum additorum, videlicet 16. & produciatur *tertius* perfectus 496.

Uterius 1. 2. 4. 8. 16. 32. constituunt 63. compositum numerum; addatur igitur adhuc sequens 64. & summa 127. tanquam numerus primus multiplicetur per 64. Sic emerget *quartus* perfectus 8128.

Similiter ex 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. colligitur numerus primus 511. ergo ductu ultimi 256. in summam 511. procreatur *quintus* perfectus 130816. Eodem modo etiam sequentes inveniuntur.

Boëthius lib. 1. Arithm. cap. 20. numeros perfectos virtutibus assimilat, abundantes vero & diminutos vitiis. *Rari quippe boni, & constanti lege creantur perfecti numeri, at reliquorum generatio varia est & incerta.*

### Problema 41.

Tri-

# Trium vel plurium numero- rum communem mensuram maxi- mam invenire.

Inquiratur *primò* communis mensura maxi-  
ma duorum priorum numerorum. Deinde hu-  
jus mensuræ & tertij numeri itidem investigetur  
mensura maxima, atq; sic deinceps. Ultimus  
enim divisor; qui nihil relinquit, est communis  
mensura maxima omnium datorum numero-  
rum per prop. 3. lib. 7. Eucl.

E.g. Dentur 30. 12. 9. Ex his duos priores  
numeros, nempe 30. 12. metitur 6. Hunc vero  
6. & 9. metitur 3. Quare datorum trium nume-  
rorum communis mensura maxima est 3.

Sic quatuor horum numerorum 8. 16. 24.  
36. communis mensura maxima invenitur 2.

## Problema 42.

Datis duobus numeris, utrum  
sint inter se primi vel compositi  
explorare.

Numeri dati continuò per se invicem divi-  
dantur juxta probl. 13. siq; ex ultimâ divisione  
remanet unitas, dati numeri sunt inter se primi  
sin verò nihil remanet, sunt inter se compositi.

Vt si deatur 25. & 84. dividantur *continuò*,  
id est, major numerus per minorem, rursus mi-  
nor per residuum, & sic semper præcedens divi-  
sor

for per residuum proximum, juxta hoc diagram-  
ma. Tandem

quia rema. 
$$\begin{array}{r} 9 \qquad 7 \qquad 2 \qquad 1 \\ 84 \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} 25 \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix} 9 \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} 7 \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix} \\ \text{net 1. dico} \quad 25 \qquad 9 \qquad 7 \qquad 2 \end{array}$$

numeros esse inter se primos per prop. 1. lib. 7.  
Euclid.

Vel si dentur 189. & 36. 
$$\begin{array}{r} 189 \begin{pmatrix} 5 \end{pmatrix} 36 \begin{pmatrix} 4 \end{pmatrix} \\ \text{Ex divisione ultimâ hic nihil} \quad 36 \qquad 9 \end{array}$$
  
remanet; sunt igitur inter se compositi. Nam  
communis eorum mensura est 9.

## Problema 43.

Datorum duorum numero-  
rum communem dividuum mini-  
mum investigare.

Communis dividuus minimus est talis nu-  
merus, quo minorem dati communiter metiri  
aut exactè dividere nequeunt. Invenitur in duo-  
bus numeris *inter se primis* per multiplicationem  
unius in alterum: In numeris autem *inter se com-  
positis* si per eorum communem mensuram maxi-  
mam, ex probl. 13. alteruter datorum dividatur  
& quotus in alterum numerum datum multipli-  
cetur. Factus enim erit minimus ab utroq; di-  
viduus, per prop. 36. lib. 7. Eucl.

Ut 18. & 7. sunt numeri inter se primi, ergo  
factus eorum 126. est communis dividuus mi-  
nimus.

Sed hi duo 9. & 12. sunt inter se compositi à 3. ergo per eum contrahatur hoc loco posterior, nempe 12. in 4. & ducatur in priorem totum, videlicet 9. Hinc 36. est numerus minimus quem dati duo citra residuum dividunt.

### Problema 44.

**Datorum trium pluriumve  
numerorum communem dividuum  
minimum invenire.**

Inquiratur primo communis dividuus minimus duorum priorum numerorum juxta problema præcedens. Deinde hujus inventi numeri & dati tertij similiter quæratue communis dividuus minimus.

Idem fiat cum reliquis datis. Tandem obtinimus communis dividuus minimus est numerus quæsitus, per prop. 38. lib. 7. Euclid.

Ut sint hitres numeri 3. 8. 20. Duorum priorum communis dividuus minimus est 24. quippe sunt numeri inter se primi. Hic inventus 24. porto conferatur cum tertio 20. Sunt autem inter se compositi à 4. igitur si 24. per communem mensuram maximam 4. dividantur & quotus 6. ducatur in 20. producitue 120. communis dividuus minimus trium datorum numerorum.

Id

Ita communis dividuus minimus à 2. 3. 4. 5. 6. 10. 12. 15. 20. 30. est 60.

## CAP. VII.

### De Ratione.

Ratio est comparatio duorum terminorum, quâ unus continetur ab alio.

Duo enim numeri dati per metaphoram geometricam hic dicuntur *termini*; & quidem *terminus antecedens* rationis est, qui ad alium refertur; *consequens* vero rationis, ad quem alius refertur.

Estq; ratio vel æqualitatis vel inæqualitatis. Ratio æqualitatis est inter terminos æquales, quando videlicet terminus antecedens in consequente suo semel & exactè continetur. Ut ratio 2. ad 2.

*Hujus permagnus usus est in Algebra.*

Ratio inæqualitatis est inter terminos diversos, quorum alter alterum excedit. Sive, quando consequens in antecedente, vel antecedens in consequente suo non exactè semel continetur. Ut ratio 2. ad 1. vel 1. ad 2.

Estq; vel inæqualitatis majoris vel minoris.

Ratio majoris inæqualitatis est, quâ major terminus refertur ad minorem. Sive, quando major terminus præcedit. Ut ratio 3. ad 2.

Estq; iterum vel simplex vel multiplex.

E 2

Ratio

Ratio majoris inæqualitatis simplex est, quâ major terminus minorem continet semel, ita ut adhuc aliquid superfit: qualis est ratio 3. ad 2. vel 7. ad 5.

Et subdividitur in superparticularem, & superpartientem.

Simplex superparticularis est, quando terminus antecedens consequentem continet semel, ac insuper unam ejus partem aliquotam qualis est 3. ad 2. quia 3. continet 2. semel & præterea partem ejus dimidiam. Hæc pro varietate denominationum varia est, videlicet sesquialtera, 3. ad 2. sesquitercia, 4. ad 3. sesquiquarta, 5. ad 4. &c.

Simplex superpartiens est, quando terminus antecedens consequentem continet semel & insuper aliquot ejus partes.

Hæc pro varietate & partium residuarum & denominationis earundem infinitas sub se habet species. Est enim alia superbipartiens tertias ut 5. ad 3. superbipartiens quintas ut ratio 7. ad 5. superbipartiens septimas ut 9. ad 7. &c.

Alia supertripartiens quartas ut 7. ad 4. supertripartiens quintas ut 8. ad 5. supertripartiens septimas, ut 10. ad 7. supertripartiens octavas ut 11. ad 8. &c.

Alia superquadrupartiens quintas, ut 9. ad 5. &c.

Alia superquintupartiens sextas ut 11. ad 6. &c.

Ratio majoris inæqualitatis multiplex est, quando antecedens consequentem suum continet sæpius, *vel exactè*, unde oritur ratio dupla ut 4. ad 2. tripla ut 9. ad 3. quadrupla ut 16. ad 4. quintupla ut 20. ad 4. &c.

*Vel cum aliquo residuo*, unde oritur multiplex superparticularis & superpartiens.

Multiplex superparticularis est, quando antecedens terminus consequentem continet sæpius, & insuper unam ejus partem aliquotam. Ut ratio 7. ad 3.

Multiplex superpartiens est, qua antecedens consequentem continet aliquoties & insuper aliquot ejus partes. Ut ratio 8. ad 3.

Harum quælibet subdividitur pro varietate simplicium rationum.

Ratio minoris inæqualitatis est, qua minor terminus cum majore confertur. Sive, quando minor terminus præcedit.

Ea speciebus majoris inæqualitatis adæquat, hoc saltem discrimine, ut istius speciebus præponatur *sub*, ut sub sesquialtera ratio 2. ad 3. sub superbipartiens tertias ut 3. ad 5. subdupla ut 2. ad 4. subdupla sub superbipartiens tertias ut 3. ad 8. &c.

Videatur Clavius ad def. 4. lib. 5. Eucl. de proportionis divisionibus, Ursin. Arithm. lib. 2. cap. 3. & Neufville Arithm. lib. 2. cap. 3.

Rationum considerata est 1. investigatio.

E 3

2. pro-

2. pronuntiatio. 3. reductio. 4. valor seu æstimatio. 5. continuatio. 6. tractatio in quatuor speciebus computationis.

### Problema 45.

## Datorum numerorum rationem investigare.

Terminus major dividatur per minorem; & ex quoto atq; residuo constabit species rationis, nisi residuum & divisor fuerint numeri inter se compositi; Tunc enim ad minimos terminos prius sunt redigendi per probl. 14.

Ut si quærat, quænam sit ratio inter 4. & 3? Quotus indicat rationem sesquiterciam, hoc modo  $\frac{4}{3}$  ( $1\frac{1}{3}$

22. ad 7. est ratio tripla sesquiseptima, ex quoto ( $3\frac{1}{7}$

38. ad 9. est ratio quadrupla superbipartiens nonas, quia quotus est  $4\frac{2}{9}$ .

Vice versâ 3. ad 4. est ratio sublesquitercia.

### Problema 46.

## Inventam numerorum rationem pronuntiare.

In majoris inæqualitatis ratione superparticulari, vocabulo *sesqui* adjicitur denominator fractionis residuæ per nomen ordinale. Ut ( $1\frac{1}{2}$  dicitur ratio sesquialtera. ( $1\frac{1}{3}$ . sesquitercia &c. 10

In superpartiente, præpositioni *super* additur *bi*, *tri*, *quadru*, *quintu* &c. (prout numerator fractionis residuæ fuerit 2. 3. 4. 5. &c.) una cum nomine ordinali datæ denominationis. Ut hic quotus ( $1\frac{3}{5}$  significat rationem supertripartientem quintas. Sic ( $1\frac{2}{7}$  pronunciatur ratio superquadrupartiens septimas.

In multiplici autem ratione Quotus effertur nomine proportionali, & si cum hac superparticularis vel superpartiens concurrant; nomina dicto jam modo etiam conjunguntur. Ut ( $3\frac{1}{2}$  significat rationem triplam. ( $3\frac{1}{2}$  est ratio tripla sesquiseptima. ( $4\frac{2}{3}$  vocatur ratio quadrupla superbipartiens nonas.

Ratio minoris inæqualitatis eodem modo, ut ratio majoris inæqualitatis enunciatur, præponendo saltem particulam *sub*.

### Observatio.

Omnes rationes propriis nominibus commodè appellari nequeunt. Quamplurimæ igitur exprimuntur per numerorum primorum sive minimorum istius rationis collationem. Ut si detur ratio 96. ad 38. Hæc commodè non dicitur super novem decupartiens vigesimas nonas; sed ratio, quæ est 48. ad 29.

Sic Archimedes de dimensione Circuli dicit, rationem circuli ad diametri quadratum esse ut 11. ad 14.

Et Aristoteles 5. cap. lib. 2. Meteor. longitudinem habitabilis terræ dicit maiorem esse ad latitudinem ejusdem, quàm 5. ad 3. Conf. Clav. ad def. 4. lib. 5. Eucl. pag. m. 384.

### Problema 47.

**Datas rationes ad eodẽm consequentes reducere.**

Datæ rationes ad eodẽm consequentes eodẽm plane modo reducuntur, quo probl. 19. fractiones diversæ reducebantur ad eandẽm denominationem, dum modo antecedentes superiorem & consequentes inferiorem ponantur. Ut sint datæ rationes 17. ad 11. & 18. ad 12. reducendæ ad eodẽm terminos consequentes? Ex multiplicatione consequentium 11. 12. producitur idẽm consequens 132. At ex ductu prioris antecedentis in posterioris consequentem, nempe 17. in 12. generatur antecedens prioris 204. Similiter ex ductu posterioris antecedentis 18. in consequentem prioris 11. producitur antecedens posterioris 198. Sunt igitur ad eodẽm consequentes reductæ rationes 204. ad 132. & 198. ad 132.

Eodẽm modo reducuntur etiam rationes ad communem antecedentem. Ut  $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{10}{18}$  |  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{15}{12}$ .

### Problema 48.

Da-

**Datis duabus rationibus, utra earum major vel minor sit, cognoscere.**

Si duæ rationes habeant eodẽm consequentes; illa ratio major est, cujus antecedens terminus est major.

Sin antecedentes fuerint iidẽm; ratio illa est major, cujus consequens est minor.

Conf. Ram. Arithm. lib. 2. cap. 11. el. 7. 8.

Ut sint datæ rationes 3. ad 2. & 5. ad 4. quaeritur utra sit major? Factâ reductione ad eodẽm consequentes; priori æquatur hæc ratio 6. ad 4; & posteriori 5. ad 4. Hoc loco quia consequentes sunt iidẽm, & prioris rationis antecedens 6. major antecedente rationis posterioris 5. Igitur etiam ratio prior 3. ad 2. est major posteriore 5. ad 4.

Similiter si datæ rationes 3. ad 2. & 5. ad 4. reducuntur ad eodẽm antecedentes multiplicando 3. in 5. ut producantur 15. Quoniam consequens prioris est 10. & posterioris 12: Dico rationem priorem 3. ad 2. majorem esse ratione 5. ad 4.

### Problema 49.

**Datæ rationum speciei minimi terminos invenire.**

Juxta appellationem speciei rationum scribatur  
E 5

batur quotus. Hic per probl. 25. reducatur ad formam fractionis puræ, & inventi erunt numeri primi datæ speciei rationum. Ut si quærantur termini minimi rationis duplæ sesquiteritiæ? Quotus seu denominator datæ rationis est  $2\frac{1}{2}$ . Ergo ducatur 3. in 2. factioq; 6. addatur 1. & constabit antecedens 7. consequens est 3. Hinc datæ rationis termini minimi sunt 7. 3.

Conf. Stifel. Arithm. lib. 1. cap. 6 pag. m. 50. fac. 2.

### Observatio.

Si species rationis supprimatur, & proponantur saltem duo numeri, ratio eorum inquirenda erit per probl. 45. Ut si dentur hi duo numeri 28. 12. per divisionem innotescet quotus  $2\frac{4}{3}$  eruntq; hi termini minimi 7. 3.

### Problema 50.

Datis minimis terminis vel etiam quibuscunq; numeris alicujus speciei, omnes numeros in eadem ratione indagare.

Numeri datæ rationis minimi primo ad se ipsos, deinde ad numeros productos continuò addantur. Sic acquiruntur omnes numeri rationis propositæ.

Ut si omnes numeri rationis superbi-partientiæ tertii sint inquirendi? Termini minimi sunt 5. 3. 18.

Igitur addantur 5. ad 5. eritq; 10. antecedens secundus. Similiter 3. & 3. componunt 6. qui est consequens secundus:

Deinde 5. & 10. sunt 15. itemq; 3. & 6. sunt 9. & hoc modo per additionem primi ad ultimum terminum inventum componitur sequens in infinitum. Paradigma tale est:  $\frac{5}{3} \frac{10}{6} \frac{15}{9} \frac{20}{12} \frac{25}{15} \frac{30}{18}$  &c.

### Observatio.

Si præter minimos alij dentur numeri: per problema præcedens inveniantur minimi, qui datis additi producant numeros istius speciei sequentes.

Ut si dentur 20. 12. Quoniam hujus rationis minimi termini sunt 5. 3. addendo antecedentes 20. 5. generatur sequens terminus antecedens 25. Similiter additis consequentibus 12. 3. componitur consequens proximus 15. Jam priori modo poterunt reliqui termini sequentes inveniri.

### Problema 51.

Datas rationes in unam summam colligere.

Algorithmus rationum similis est Algorithmus fractionum, de quo probl. 21. 22. 23. 24. actum fuit, dummodo ea quæ de numeratoribus fractionum ibi dicta sunt, hic intelligantur de antecedentibus



bus rationum; & consequentes accipiantur pro denominatoribus, ut ostendit Clavius in fin. lib. 9. Eucl. Licet igitur præcepta coincident tamen operæ pretium videtur, majoris evidentie gratiâ eadem repetere & doctrinæ rationum applicare. Hinc

*In Additione rationum;* si consequentes fuerint iidem vel ad eosdem per probl. 47. reducti; addantur soli antecedentes, eorumq; summæ sub-  
scribitur communis consequens.

### Exempla.

1. Equus vehat pondus cujus triplum vehere possit. Alter vehat idem pondus, & vehere possit quadruplum. Quæritur si duo equi conjungantur, quæ sit futura ratio virium conjunctarum ad idem pondus? Resp. septupla. Nam  $\frac{3}{4}; \frac{4}{1}; \frac{7}{1}$ .

2. Cisterna aquæ plena fistulas tres habet. Ex quarum maximâ si extrahas epistomium, una horâ aqua tota effluet. Secunda fistula, quæ minor est, aquam evomit horis duabus. Tercia quæ minima est, horis tribus emittit aquam. Jaro si exemptis epistomis unâ omnes fistulæ fluant, quæritur quanto tempore evacuetur cisterna?

Datæ tres rationes reducantur primo ad eosdem consequentes per probl. 40.

Cistern.  $\frac{1}{1}; \frac{1}{1}; \frac{1}{1}$  |  $\frac{6}{3}; \frac{2}{2}; \frac{1}{1}$

Hor.  $\frac{1}{1}; \frac{2}{2}; \frac{3}{3}$  |  $\frac{6}{6}; \frac{6}{6}; \frac{6}{6}$

& summa reductorum antecedentium 6. 3. 2. est 11. consequens 6. Responderetur igitur ad propositam quæstionem: Cisternas 11. evacuari horis 6. adeoq; unam cisternam vacuum reddi  $\frac{6}{11}$  unius horæ, juxta hanc argumentationem: 11. cisternæ requirunt 6. horas, ergo 1. cisterna  $\frac{6}{11}$  horæ.

3. Equatuor architectis primus ædificium totum absolvet 1. anno, secundus 2. tertius 3. quartus 4. Si omnes simul adhibeantur, quantum poterunt uno anno?

Ædif.  $\frac{1}{1}; \frac{1}{1}; \frac{1}{1}; \frac{1}{1}$  |  $\frac{12}{6}; \frac{4}{3}; \frac{3}{2}; \frac{2}{1}$  | 25

Ann.  $\frac{1}{1}; \frac{2}{2}; \frac{3}{3}; \frac{4}{4}$  |  $\frac{12}{12}; \frac{12}{12}; \frac{12}{12}; \frac{12}{12}$  | 12

Resp. ædificia 25. absolverent annis 12. adeoq;  $\frac{2}{11}$  ædific. anno uno.

### Problema 52.

Rationes ab invicem subtrahere.

Reductis rationibus ad eosdem consequentes; antecedens minor subtrahatur ab antecedente majore, & residuo subjiciatur consequens communis.

### Exempla.

1. Duorum architectorum prior absolvit ædificium diebus 20. solus; cum altero autem absolvet diebus 14. Quæritur de ratione virium solius alterius?

Ædif.

|       |    |    |     |     |     |
|-------|----|----|-----|-----|-----|
| Ædif. | 1  | 1  | 10  | 7   | 3   |
| Dieb. | 14 | 20 | 140 | 140 | 140 |
|       | 2  | 7  | 10  |     |     |

Resp. Alter absolvit 3. ædificia diebus 140. ad  
oq; 1. ædificium diebus 46 $\frac{2}{3}$ .

2. Fons duas fistulas habet, majorem im-  
plentem & minorem vacuantem eundem lacum.  
Major implet lacum 4. horis; minor vacuat e-  
undem 11. horis. Cum ratio impletionis ma-  
jor sit quàm vacationis; quæritur, fluentibus  
ambabus fistulis, quænam impletionis ratio ma-  
neat?

|               |   |    |    |    |
|---------------|---|----|----|----|
| Impl. Vacuat. |   |    |    |    |
| Lac.          | 1 | 1  | 11 | 4  |
| Hor.          | 4 | 11 | 44 | 44 |

Resp. Lacus 7. impleri horis 44. vel unū horis 6 $\frac{2}{3}$ .

3. E duobus architectis primus absolvet  
opus 30. diebus, secundus 40. tertio autem se-  
socium laboris addente absolvunt 15. diebus.  
Quæritur quænam sit solius tertij virium ratio?

Quoniam hoc loco tres sunt rationes; ad-  
dantur duæ priores, & à summâ subtrahatur ra-  
tio tertia.

|        |    |    |     |     |     |
|--------|----|----|-----|-----|-----|
| Opus   | 1  | 1  | 4   | 3   | 7   |
| Diebus | 30 | 40 | 120 | 120 | 120 |
|        | 10 | 3  | 4   |     |     |

|       |    |     |     |     |     |
|-------|----|-----|-----|-----|-----|
| Opus  | 1  | 7   | 8   | 7   | 1   |
| Dieb. | 15 | 120 | 120 | 120 | 120 |
|       | 15 | 1   | 8   |     |     |

Respon-

Responderetur, tertium solum absolvere illud o-  
pus diebus 120.

### Problema 53.

### Rationes multiplicare.

Rationum antecedentes inter se, itemq; con-  
sequentes inter se multiplicentur vulgariter: &  
produceretur ibi antecedens, hic consequens ra-  
tionis factæ, sub hac tamen conditione, ut sit ter-  
mini vel ejusdem rationis vel diversarum ratio-  
num sint inter se compositi; ante multiplicatio-  
nem redigantur in primos.

### Exempla.

1. Libræ Burgundicæ 20. æquantur Colo-  
niensibus 19. Colonienses autem libræ 9. faci-  
unt 10. monetarias nostrates. Quæritur ratio  
librarum Burgundicarum ad nostrates moneta-  
rias? Quia termini alterni sunt compositi à 10.

Burg. Colon.

|    |    |       |     |
|----|----|-------|-----|
| 20 | 9  | 2--9  | 18; |
| 19 | 10 | 19--1 | 19. |

Colon. Mon.

Dico igitur 18. Burgundicas libras æquari no-  
stratibus monetariis 19.

2. Thalerus Belgicus sive Leoninus valet  
40. Stupheros. At 50. Stupheri æquantur 90.  
grossis Livonicis. Quæritur valor Thaleri Bel-  
gici in grossis Livonicis?

Hic

Hic primò contrahantur 40. & 50. per 10  
in 4. & 5. porro 5. & 90. per 5. in 1. & 18.

Th. Belg. Stuph.

|        |        |   |    |         |   |
|--------|--------|---|----|---------|---|
| 1      | 50     | 1 | 5  | 1 --- 1 | 1 |
| 40     | 90     | 4 | 90 | 4 -- 18 | 7 |
| Stuph. | Gross. |   |    |         |   |

Resp. 1. Thalerus Belgicus æquivalēt 72. grossi Livonicis.

### Problema 54.

#### Rationes dividere.

*Siratio dividens in dividendâ continetur exactè*  
Antecedens rationis dividendæ dividatur per  
antecedentem dividendis & consequens per con-  
sequentem; sic prodibit ratio quæsita. *Sin minus*  
transponantur termini rationis dividendis & fit  
multiplicatio juxta problema præcedens.

#### Exempla.

1. Literis proditum est, ante aliquot annos  
unum Imperialem valuisse 72. crucigeros: Duo  
autem crucigeros æquales fuisse uni grosso Li-  
vonico. Quæritur quot grossi tum temporis  
constituerint Imperialem?

Imp. Gross.

|       |       |                             |
|-------|-------|-----------------------------|
| 1     | 1     | 1 Resp. Imperialem valuisse |
| 72    | 2     | 36 36. grossos Livonicos    |
| Cruc. | Cruc. |                             |

2. Imperiales 78. æquivalent 90. Thaleris  
Belgicis. Sed 12. Imperiales æquivalent 45. no-  
stratis

stratibus Thaleris cupreis. Quæritur ratio Tha-  
lerorum Belgicorum ad nostrates Thaleros cu-  
preos?

Hoc loco antecedentes sunt compositi in-  
ter se à 45. & consequentes à 6. igitur primò  
contrahantur & deinde transpositis terminis di-  
visoris fit multiplicatio, ut videre est ex hoc dia-  
grammate:

Th. Belg. Th. Cupr.

|         |      |    |   |          |    |
|---------|------|----|---|----------|----|
| 45   90 | 45   | 2  | 1 | 2 --- 2  | 4  |
| 6   78  | 12   | 13 | 2 | 13 --- 1 | 13 |
| Imp.    | Imp. |    |   |          |    |

Dico igitur 4. Thaleros Belgicos æquari 13. no-  
stratis Thaleris cupreis.

### CAP. VIII.

#### De Proportionè Arithme- tica.

Proportio est, quæ duæ vel plures rationes  
inter se conferuntur.

[ Græcè dicitur *ἀναλογία*, ab aliis Propor-  
tionalitas, nempe ab iis, qui rationem vocant  
proportionem. ]

Estq; vel Arithmetica vel Geometrica.

Proportio Arithmetica est, in qua termino-  
rum *differentia* est æqualis. Sive: quando nume-  
ri per eandem differentiam progrediuntur. Ut  
in 2, 5, 8. est proportio Arithmetica, quippe  
F  
quan-

quanta est differentia inter 2. & 5. tanta quod est inter 5. & 8. videlicet 3.

Et est 1. continua vel disjuncta. 2. accrescens vel decrescens.

Proportio Arithmetica continua est, quando termini sine ulla interruptione æqualiter progrediuntur. Ut 2. 5. 8. 11. 14. Differentia enim semper est 3.

Estq; iterum vel simplex in tribus, vel multiplex in pluribus terminis, quæ Progressio Arithmetica aliàs dicitur.

Disjuncta est, quando in progressionem terminorum aliqua fit interruptio. Ut in his: 2. 5. 11. 14. Differentia enim inter duos scilicet priores, duosq; posteriores est eadem, nempe non vero inter 5. & 11. cum interrupta sit progressio per deficientem octonarium.

Conf. Clavius ad def. 4. lib. 5. Eucl. p. m. 392.

Accrescens proportio est quando consequens terminus semper est major suo antecedente. 2. 5. 8.

Decrescens quando consequens terminus minor antecedente ut 8. 5. 2.

In proportionem arithmetica considerari partim ejus proprietas, partim inventio vel terminorum, vel differentia, vel summa.

### Problema 55.

Pro

## Proportionis arithmeticae proprietatem cognoscere.

Proprietates quidem plures proportionis arithmeticae tam continuæ quàm disjunctæ recenset Neufville Arithm. lib. 2. cap. 7. & 8. Possima tamen omnium hæc est:

In utraq; proportionem arithmetica Summa extremorum æqualis est summae quorumvis terminorum ab extremis æqualiter remotorum.

In progressionem autem arithmetica si numerus terminorum est impar, terminus medius dimidium est summae extremorum.

Ubi numeri 2. 5. 8. 11. 14. sunt arithmetice proportionales. Igitur sicut extremi 2. & 14. dant aggregatum sive summam 16. ita etiam 5. & 11. tanquam proximi ab extremis efficiunt 16. Et cum quinque termini hic dati sint, quorum numerus est impar; igitur medius 8. est semissis summae extremorum 16.

### Problema 56.

Datis in disjuncta proportionem arithmetica duobus mediis & uno extremo alterum extremum invenire.

A summa mediorum subtrahatur extremus datus; & relinquetur alter extremus quaesitus.

F 2

Ut

Ut si dentur hi tres termini 2. 5. 11. invenitur quartus addendo duos medios 5. 11. & à summæ eorum 16. subtrahendo 2. Residuus enim 14. est alter extremus quæsitus per probl. 55.

*Problema 57.*

**Datis in disjunctâ proportionē arithmetica duobus extremis & uno mediorum: alterum medium indagare.**

A summa extremorum subtrahatur datus medius, & similiter remanebit alter medius quæsitus. Ut si dentur 2. 5. 14. summa extremorum 2. 14. est 16. à qua subtractus 5. relinquitur medium quæsitum.

*Problema 58.*

**Datis in progressionē arithmetica duobus extremis medium investigare.**

Summa extremorum dividatur per 2. Quotus enim est medius quæsitus. Ut inter 2. & 14. medius est 8.

*Problema 59.*

**Datis in progressionē arithmetica medio & uno extremo, alterum extremum invenire.**

Mediu

Medius sibi ipsi addatur & à summa subtrahatur datus extremus. Sic remanebit extremus quæsitus. Ut unus extremorum sit 2. medius 8. Quoniam 8. & 8. sunt 16 igitur à 16. sublatis 2. remanet extremus quæsitus 14.

*Problema 60.*

**Data progressionis arithmetice terminos continuare.**

Progressio arithmetica respectu differentiarum alia est binaria, alia ternaria, alia quaternaria &c. prout duorum ejus terminorum proximorum differentia est 2. 3. 4. &c. Qualiscunq; vero detur Progressio poterunt illius termini in progressionē accrescente continuari in infinitum, si differentia dato majori & deinceps invento semper addatur. Sic enim producit terminus sequens.

At in progressionē decrescente differentia primū à dato termino minimo, & deinceps ab invento ultimo subtrahatur, donec terminus inveniat minor ipsi differentia. In eo enim subsistit hujusmodi progressio.

E. g. detur progressio ternaria incipiens à 2. Quoniam hujus progressionis differentia est 3. addatur & termino dato 2. eritq; 5. terminus secundus. Deinde huic 5. addatur eadem differentia 3. & proveniet tertius terminus nempe 8.

F 3

Porro

Porro 8. & 3. efficiunt 11. & sic per additionem differentiæ ad terminum ultimum inventum semper acquiritur sequens in infinitum.

Paradigma hujus progressionis continuatæ tale est: 2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. 35. 38. 41. &c.

Vice versâ si eadem progressionem decrescen-  
te detur hic terminus 32. & quærantur reliqui  
A 32. subtrahatur differentia 3. & remanet ter-  
minus sequens 29. Ab hoc iterum subtrahatur  
differentia 3. & relinquatur terminus sequens 26  
& sic deinceps per continuam subductionem in-  
venientur hi termini

32. 29. 26. 23. 20. 17. 14. 11. 8. 5. 2.

Uterius autem continuari nequit hæc progres-  
sio, cum ultimus ejus terminus 2. jam sit minor  
quàm differentia 3.

### Observatio.

Si suppresso nomine progressionis duo termini dentur  
ex subtractione minoris à majore similiter con-  
stat differentia.

Ut si dentur hi duo numeri 2. 5. Sublati  
2. à 5. remanet differentia terminorum progres-  
sionis 3. poteritq; progressio continuari priori  
modo.

### Problema 61.

Dati

Datis extremis & numero ter-  
minorum progressionis arithmeticæ,  
ejus differentiam investigare.

Datorum extremorum minor subtrahatur  
à majore, & residuum dividatur per numerum  
terminorum unitate minutum. Quotus enim  
est differentia terminorum qua sita. Ut si pro-  
gressionis extremi termini sint 2. 29. & numerus  
terminorum 10? Factâ subtractione 2. à 29.  
remanent 27. Hæc per 9 (unitas enim est de-  
menda à numero terminorum dato) divisa, in  
quoto dant 3. Dico igitur differentiam progres-  
sionis esse 3.

### Problema 62.

Datis extremis & numero ter-  
minorum Progressionis arithmeticæ  
terminos intermedios elicere.

Inquiratur differentia progressionis per  
probl. 61. eaq; continuè addatur extremo mi-  
nori & aggregato semper ultimo juxta prob. 60.  
Hoc pacto invenientur intermedij qua sita.

Ut sint extremi 5. & 20. inter quos quatuor  
termini intermedij sint investigandi? Factâ  
subtractione 5. à 20. remanent 15. Cumq; ter-  
mini hoc loco sint sex annumeratis videlicet ex-  
tremis, divido 15. per 5. (numerum termino-  
rum

rum unitate minutorum) & quotus 3. exhibet differentiam. Igitur 5 & 3. collecti dant 8. intermediorum primum. Similiter ex 8. & 3. componitur secundus 11. itemq; ex 11. & 3. procreatur tertius 14. Tandem ex 14. & 3. producitur intermedius quartus, qui est 17.

### Problema 63.

Dato in Progressione arithmetica numero terminorum, uno extremo & differentia; alterum extremum indagare.

A numero terminorum progressionis subtrahatur unitas. Residuum verò ducatur in differentiam datam. Hic factus addatur extremo minori dato, vel subtrahatur extremo majori & constabit alter terminus extremus quaesitus.

E.g. Sit progressio 11. terminorum, cujus differentia 3. & extremus minor 2. quaeritur major extremus? Demptâ unitate ex 11. remanent 10. & ter 10. sunt 30. cum termino minore 2. fiunt 32. Dico igitur extremum majorem quaesitum esse 32.

Similiter si datur in eadem progressionem terminus extremus major, & quaeratur minor? Quia post subtractionem unitatis ex 11. (numero videlicet terminorum) residuum est 10. & ter 10. (propter differentiam 3.) efficiunt 30. Igitur

Igitur 30. sublati ex 32. dato termino majore; relinquuntur termini minor extremus 2.

### Observatio.

Si factus subtrahi nequit ab extremo majore dato; quaestio est impossibilis ut monet Clavius ad def. 4. lib. 5. Eucl. reg. 3. de Proport. arithmetica, pag. m. 401.

### Problema 64.

Dato progressionis arithmeticae termino primo, una cum differentia: terminum quemvis optatum reperire.

Terminus optatus putetur extremus, & per probl. 63. satisfiet quaesito. E.g. Progressionis ternariae, incipientis à 2. quaerendus sit terminus nonus? Quoniam hoc loco terminus primus est 2. differentia 3. & numerus terminorum 9. Ab hoc numero si subtrahatur 1. remanent 8. quae multiplicata per 3. (differentiam datam) producant 24. Huic facto addatur terminus primus, videlicet 2. & summa 26. manifestabitur terminum nonum optatum.

### Problema 65.

Datis in progressionem arithmeticae extremis & differentia: numerum terminorum cognoscere.

Terminus extremus minor subtrahatur à maiore: residuum verò dividatur per differentiam datam. Quotus enim unitate auctus exprimet numerum terminorum progressionis quæsitum.

Ut progressionis differentia sit 3. & termini extremi 2. 32. quæritur numerus omnium terminorum hujus progressionis? Sublatis 2. à 32. remanent 30. His vero per differentiam 3. divisus, quotus est 10. & cum addita unitate 11. Dico igitur numerum terminorum datæ progressionis esse 11. uti etiam ad oculos patet ex probl. 60.

### Observatio.

Si factâ subductione extremi minoris à maiore, residuum exactè dividitur à differentia; quæ si o proposita est impossibilis, id est, progressio in rerum naturâ non datur, quæ proposita conditiones admittat, juxta Clayium ad def. 4. libr. 5. Eucl. reg. 3. de proport. arithm. pag. 402.

### Problema 66.

Datis extremis & numero terminorum progressionis arithmeticæ: eorundem summam invenire.

Dati extremi colligantur in unam summam, & si ducatur in numerum terminorum, factum

dimidietur; constabit summa terminorum quæsitæ.

Vt si quæritur summa horum 11. terminorum progressionis arithmeticæ

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20. 23. 26. 29. 32. Additis 2. & 32. summa est 34. hæc per 11. multiplicata producit 374. cujus facti semissis 187. est summa omnium terminorum quæsitæ.

Similiter si quæritur quoties horologium sonet horis duodecim? 1. & 12. sunt 13. quæ multiplicata per numerum terminorum, nempe 12. producunt 156.

Hinc summa omnium terminorum est 78. Horis igitur duodecim horologium simplex sonat septuagies octies.

At si horologium sit duplex, cujus campana minor indicet etiam singulos quadrantes: Hæc singulis horis edit pulsus 10. qui spatio duodecim horarum efficiunt 120. Addatur jam antea inventi pulsus campanæ mai. 78 & horologiū dupl. spatio 12. horarū edit pulsus 198. adeoque singulis dieb. naturalib. edit pulsus 396.

Item. Mercator venditurus vas vino plenum, ita transigit cum emptore, ut tantum circulo- rum, quibus vas obductum erat, ratione habitâ, pro primo circulo numeret 1. grossum Livonicum, pro secundo 3. pro tertio 5. &c. Quæritur quanti vinum constiterit, si circuli sint 34?

Quoniam hujus Progressionis terminus arige-



trigesimus quartus est 67. per probl. 63. & extremi 1. 67. efficiunt summam 68. Hæc vero per 34. multiplicata producit 2312. cujus semel sis 1156. Constat igitur dolium 1156. grossis Livonicis sive 12. Imp. & 76. gr.

Cum problematibus hujus capituli 8. conferatur Neufville Arithm. lib. 2. cap. 7. & itemq; Clavius ad def. 4. lib. 5. in regulis sub titulo de *proport. arithm.*

## CAP. IX.

### De proportionē geometricā & quidem continuā.

Proportio Geometrica est similitudo ratio-  
num Eucl. lib. 5. def. 4. sive, in qua terminorum  
ratio est eadem. Ut in 2. 4. 3. 6. est proportio  
geometrica. Qualis enim est ratio 2. ad 4. talis  
etiam est ratio 3. ad 6. nempe subdupla.

Propter excellentiam dicitur & generali  
nomine *Proportio*, cum adjectione autem differē-  
tiæ dicitur *geometrica*, quod in Geometria simpliciter  
or ejus sit usus, quam proportionis arithmetice.

Estq; vel continua vel disjuncta.

Proportio geometrica continua est, in qua  
singuli termini intermedij bis sumuntur, ita ut  
sine interruptione, quæ est ratio primi ad secun-  
dum, ea sit ratio secundi ad tertium & sic conse-  
quenter.

Ut in 2. 6. 18. est proportio geometrica  
continua. Qualis enim est ratio 2. ad 6. nempe  
subtripla, talis est etiam ratio 6. ad 18.

Et est iterum vel simplex in tribus vel mul-  
tiplex in pluribus terminis, quæ progressio geo-  
metrica alias dicitur.

In Proportionē continua consideranda ve-  
nit proprietas & inventio terminorum, tum  
summæ.

### Problema 67.

### Continuæ Proportionis geo- metricæ proprietatem expo- nere.

Potissima proprietas hæc est: Factus ab extre-  
mis æqualis est factio ab extremis æqualiter re-  
moto.

Et si numerus terminorum est impar, me-  
dius in se ductus, eundem factum producit. Vi  
prop. 20. lib. 7. Eucl.

Ut in progressionē duplā quinq; termino-  
rum 2. 4. 8. 16. 32. si duo extremi 2. & 32. inter  
se multiplicentur, factus est 64. Eodem modo  
si proximi ab extremis 4. & 16. in se ducantur,  
factus est 64. Et cum 5. (numerus terminorum)  
sit numerus impar, igitur ex multiplicatione me-  
dij 8. in seipsum, similiter producuntur 64.

Pro-

## Problema 68.

Datis in proportionē continuū  
trium terminorum medio & uno extre-  
mo; alterum extremum inve-  
nire.

Medius terminus ducatur in seipsum, & usq; dividatur per extremum datum. Quotus enim exhibebit extremum quæsitum juxta probl. 67.

Ut hisce duobus continuè proportionali-  
bus 2. 4. quærendus sit tertius? Igitur quater  
4. efficiunt 16. quo numero per 2. diviso, resulsit  
in Quoto 8. tertius proportionalis quæsitus.

## Problema 69.

Datis duobus vel pluribus ter-  
minis proximis in Progressione geome-  
trica, reliquos succedentes quantum-  
libet investigare.

Datorum ultimus ducatur in seipsum, & factus dividatur semper per penultimum. acquirantur omnes in data Progressione succedentes termini in infinitum, juxta probl. 68.

Ut sint hi duo termini continui 2. 4. obtinendis reliquis *primò* quater 4. sunt 16. qui-  
bus divisus per 2. prodit 8. terminus tertius hu-  
jus Progressionis. Rursus hic ultimus 8. ducatur

tur in se & factus 64. dividatur per suum penul-  
timum qui est 4. eritq; inventus in quoto termi-  
nus quartus 16.

Similiter hic numerus 16. putetur terminus  
ultimus, & factus à seipso, nempe 256. divida-  
tur per suum penultimum sive præcedentem qui  
est 8. & patebit succedens in ordine quintus ter-  
minus videlicet 32. Eodem modo inveniuntur  
etiam reliqui termini continuè succedentes in  
infinitum.

Descriptio octo terminorum datæ Progres-  
sionis hæc est: 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.

Ira in decrescente progressionē geometricā  
si dentur hi duo termini 64. 32. Ultimi 32. per  
seipsum factus est 1024. qui per præcedentem  
64. divisus largitur tertium terminum 16. Siq;  
hujus ultimi (videlicet 16.) factus 256. per præ-  
cedentem 32. dividatur, acquiritur quartus ter-  
minus datæ progressionis, qui est 8. Haud ali-  
ter inveniuntur etiam reliqui termini in nume-  
ris integris hic subjecti 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1.  
Quod si vero in numeris fractis continuanda sit  
progressio, similiter extendetur in infinitum  
subsidio problematis 23. 24. 28. 29. hoc modo  
in 8. terminis  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{16}$   $\frac{1}{32}$   $\frac{1}{64}$   $\frac{1}{128}$   $\frac{1}{256}$ .

## Problema 70.

Datis ratione & principio Pro-  
gressionis geometricæ: eandem quan-  
tumlibet continuare.

Terminus primus & deinde acquisitionum ultimus in progressionē accrescente semper multiplicentur, in decreſcente vero dividantur per denominatorem ſive Quotientem datæ rationis; & obtinebitur ſuccedens.

E.g. Progreſſionis ſub duplici primus terminus ſit 3. Hoc igitur multiplicato per 2. denominatorem ſive quorum rationis datæ, produci- tur ſecundus terminus nempe 6. In hunc iterum ductus denominator rationis 2. generat tertium terminum 12. Et ſic inveniuntur etiam reliqui ſuccedentes in infinitum, ex quibus ſeptem priores hi ſunt: 3. 6. 12. 24. 48. 96. 192.

Contra duplici progreſſionis primus terminus ſit 192. pro inveniēdo ſecundo termino datus 192. dividitur per 2. denominatorem rationis & quotus 96. exhibet terminum ſecundum. Rurſus hic 96. per 2. diviſus oſtendit tertium & ſic conſequenter juxta hoc paradigma:

192. 96. 48. 24. 12. 6.

### Problema 71.

Datis duobus terminis continuis, vel ratione & principio Progreſſionis geometricæ, ejusdem terminum optatum compendioſè invenire.

Primo per probl. 69. vel 70. inveniuntur termini continui, quot numeri ſive partes aliquanti

quantæ illum, qui optatum terminum unitate minutum designat, conſtituunt. His ſupraſcribantur indices, id eſt, numeri, naturaliter à 0 progredientes. Deinde duorum numeris aſſumptis ſubſcriptorum terminorum alter per primum terminum dividatur, & alter per hunc quotientem multiplicetur. Sic prodibit terminus optatus.

Ut in Progreſſione ſub duplici ab 1. incipiente, ſi quaerendus ſit terminus decimus? Demptâ unitate ex decem remanent novem. At hic numerus componitur ex 3. & 6. vel ex 4. & 5. Igitur inveniuntur ſex termini continui hujus Progreſſionis, iisq; ſupraſcribantur numeri (quos alij indices, alij nomina terminorum vocant) juxta ſeriem eorum naturalem, hoc modo:

0 I. II. III. IV. V. .... IX.  
1. 2. 4. 8. 16. 32.

Porro termini progreſſionis ſub aſſumptis indicibus IV. V. reperti, videlicet 16. 32. (cum neuter eorum per terminum primum, qui eſt 1. dividi poſſit) multiplicentur inter ſe, & produci- tur terminus decimus Progreſſionis quaſitus § 12. uti apparet ex appoſito diagrammate

|              |              |
|--------------|--------------|
| 32..... V    | Vel          |
| 16..... IV   | 8..... III   |
| 192          | 4..... II    |
| 32           | 32..... V    |
| § 12..... IX | 16..... IV   |
|              | § 12..... IX |

G

Cum

Cum enim II. III. IV. similiter constituantur IX. igitur sic eorum termini in se ducantur conueniē; produceretur terminus decimus optatus.

Ita si progressionis subtriplex incipientis quaeratur terminus duodecimus? Quoniam numerus proximè minor componitur ex 3. & primò investigentur termini septem & suis indicibus, ut ante, signentur.

o I. II. III. IV. V. VI. .... XII.  
3. 9. 27. 81. 243. 729. 2187.

Deinde per terminum primum, qui est 1, dividatur terminus sub V. inventus, nempe 729 & quotus ejus 243. multiplicetur per 2187. numerum sub VI. inventum. Factus enim 531441 est duodecimus terminus optatus.

Similiter si ejusdem progressionis subtriplex quaeratur terminus decimus sextus? Partes numeri proximè minoris assumantur hoc loco VI. III. Igitur terminus sub VI. scriptus nempe 2187 ducitur in sui quotum ex 3. qui est 729. sed factus 1594323. porro multiplicatur in terminum sub III. inventum, at per 3. contractum nempe in 27. Hinc producitur optatus terminus decimus sextus 43046721.

Paradigma utrumq; hoc est:

|                   |                  |
|-------------------|------------------|
| 2187 ----- VI.    | 2187 --- VI.     |
| 3   243 ----- V.  | 3   729 --- VI.  |
| 6561              | 1594323 --- XII. |
| 8748              | 3   27 --- III.  |
| 4374              | 43046721 --- XV. |
| 531441 ----- XII. |                  |

## Problema 72.

Datis duorum terminorum progressionis Geometricæ indicibus & facto: quotus hic sit terminus ejusdem cognoscere.

Dati indices duorum terminorum addantur. Summa enim eorum demonstrat indicem facti, qui universæ quidem Progressionis est terminus uno loco remotior.

Ut Progressionis subduplex, ab 1. incipientis, termini 8. & 16. producant 128. Quæritur quotus hic sit terminus progressionis data? Cum indices istorum terminorum sint III. & IV. quorum summa VII. Dico indicem hujus termini 128. esse VII. Universæ vero progressionis terminum octavum.

Hoc problema est fundamentum algebraicae Logisticae figuratorum valorum multiplicationis, ut ostendit Ramus Arithm. lib. 2. cap. 16. el. 6.

## Problema 73.

Datis in progressionē geometricā duobus terminis, uno nempe remotiore & alio præcedente, unā cum indicibus eorundem; alterum illius factorem ejusq; indicem concludere.

G 2

Tet.

Terminus remotior dividatur per factorem antecedentem, & ex quo constabit alter factor.

Index vero factoris dati subtrahatur ab indice remotioris facti, & relinquetur index factoris inventi.

Ut Progressionis subduplæ ab 1. incipientis terminus remotior sit 128. ejusq; index VII. Præcedens 16. ejusq; index IV. Quæritur alter factor termini remotioris, ejusq; index?

Igitur remotior 128. dividatur per præcedentem 16. & quotiens hoc loco 8. exhibet alterum factorem termini remotioris. At si ab indice remotioris VII. subtrahatur index præcedentis dati, nempe IV. remanet index quotientis III.

Hæc operatio fundamentum est omnis figurarum proportionalium per Algebram & Logisticam divinis, ut loquitur Ramus Arithm. lib. 2. cap. 16. el. 6.

### Problema 74.

Datis cujuscunq; rationis, extra multiplicem & submultiplicem, terminis minimis: eandem in numeris integris tribus, quatuor, quinque, &c. continuare.

Datæ rationis termini minimi primo in se ipsos

iplos & in se invicem ducantur, hinc oriuntur tres termini continui. Deinde minimorum antecedens ducatur in omnes productos præcedentis ordinis, & consequens in terminum illius ordinis ultimum. Sic poterit data ratio numeris integris in infinitum continuari, vi prop. 1. q. lib. 8. Eucl.

E. g. Sit ratio subsesquialtera, cujus termini minimi ex probl. 49. sunt 2. 3. in numeris integris continuandi? Fiet illud juxta hanc descriptionem;

2. 3.  
4. 6. 9.  
8. 12. 18. 27.  
16. 24. 36. 54. 81.  
32. 48. 72. 108. 162. 243.  
64. 96. 144. 216. 324. 486. 729.  
& sic deinceps in infinitum.

In ordine enim secundo sunt tres numeri continuè proportionales datæ rationis, in tertio ordine quatuor, in quarto quinque. Et sic in reliquis ordinibus numerus terminorum proportionalium subinde crescit.

### Problema 75.

Terminorum progressionis geometricæ summam compendiosè indagare.

G 3

Pro-

Progressionis terminus minimus subtrahatur à maximo, & residuum dividatur per denominatorem rationis unitate diminutum. Quotus enim termino maximo auctus, largietur summam terminorum progressionis quaesitam, juxta Clav. Arithm. cap. 25. reg. 1.

E. g. Queritur summa duodecim terminorum progressionis subtriplex incipientis à 31. Quoniam primus terminus 3. sublatus à duodecimo 331441 relinquit 331438. Hic verò per 2. (numerum à denominatore rationis subtriplex, qui est 3. unitate deficientem) divisus datur quotum 265719. Igitur huic quoto addatur ultimus terminus 331441. & constabit summa quaesita 797160. absq; subsidio intermediorum.

### Observatio.

Si ultimus terminus progressionis subduplex minutus primo, sibi ipsi addatur, totus erit summa per cl. 3. cap. 17. lib. 2. Arithm. Rami. Ut: Venditurus equum cum emptore ita tractat, ut saltem pro clavis solearum precium numeret, deq; pro primo clavo solidum negotium Bigensem. Pro secundo duos, pro tertio 4. & sic deinceps duplicando usq; ad 24. Queritur quanti equus constiterit?

o. l. ll

|                           |                  |
|---------------------------|------------------|
| o. l. ll. III. IV. V. VI. | 64... VI         |
| I. 2. 4. 8. 16. 32. 64.   | 64... VI         |
|                           | 4096... XII      |
|                           | 64... VI         |
|                           | 262144... XVIII. |
|                           | 32... V          |

Terminus ultimus . . . . . 8388608. XXIII.  
idem minutus primo, qui est 1. 8388607

Summa 24. terminorum 16777215 nigri solidi Rig. five 31068 Imper. 13. Marc. & 27. ss.

### Problema 76.

Terminorum subduplex & subtriplex progressionis specialem proprietatem cognoscere.

Duarum progressionum subduplex & subtriplex specialis proprietas hæc est, quod ex earum terminis haberi possint omnes peculiæ & minores summe ab unitate usq; ad summam omnium terminorum, in illa quidem facilius per solam additionem, in hac per accedentem etiam subtractionem.

Ut si a subdupla dentur hi quatuor termini 1. 2. 4. 8. summa earum est 15. Omnes igitur summe ab 1. usq; ad 15. ex his quatuor terminis componi possunt, ut inductio testatur.

Hoc problema Libripendi singularem præstat commoditatem paucis ponderibus plura pon-

ponderandi. Etenim libræ terminis subduplæ & subtriplæ progressionis ab 1. comprehensæ totidem cognominibus ponderibus appenduntur. Sic libræ usq; ad 7. appenduntur tribus ponderibus subduplæ progressionis 1. 2. 4.

Sic libræ usq; ad 15. appenduntur quatuor ponderibus subduplæ huic progressionis cognominibus 1. 2. 4. 8.

Sic libræ usq; ad 31. ponderibus quinque progressionis subduplæ appenduntur 1. 2. 4. 8. 16.

Sic in subtripla progressionem libræ usq; ad 40. appenduntur ponderibus quatuor 1. 3. 9. 27.

Sic libræ usq; ad 121. appenduntur his quinque ponderibus 1. 3. 9. 27. 81.

Videatur de hisce Ramus Arithm. lib. 2. cap. 17. cl. 6.

## CAP. X.

### De proportionem Geometrica disjuncta, ejusq; Regulâ Trium directâ.

Disjuncta sive discreta proportio geometrica est, quæ terminis & rationibus est distincta. E. g. si dicam: ut 2. ad 4. sic 3. ad 6. Hic terminus 4. consequens prioris rationis non potest evadere antecedens sequentis, nec 3. antecedens posterioris potest fieri consequens terminus rationis præcedentis. Diversi enim hi sunt termini

mini, qui ita non coherent uti superius in proportionem continuâ. Nec talem habet rationem 4. ad 3. qualem 2. ad 4. vel 3. ad 6. Est igitur proportio disjuncta.

Estq; vel simplex vel multiplex.

Simplex proportio disjuncta quatuor terminis constat. Ut 2. 4. 3. 6.

Et est alia directâ, alia reciproca.

Directâ est, quando ut primus terminus se habet ad secundum, ita tertius ad quartum. E. g. 2. - 4. - 3. - 6. Hic primus terminus 2. est dimidia pars secundi 4. ita etiam tertius 3. est dimidia pars quarti 6.

Reciproca est, quando ut tertius terminus ad secundum, ita primus est ad quartum. E. g. si hoc modo disponantur præcedentes numeri 3. - 4. - 2. - 6. dabunt proportionem reciprocam, quippe ut 2. ad 4. sic 3. ad 6.

Ex illâ deducitur Regula Trium directâ, ex hac Regula Trium inversa.

Regula Trium directâ est, quæ tribus numeris proportionalibus datis, factum à secundo & tertio per primum dividens, quartum proportionalem investigat. juxta Met. Arithm. lib. 2. cap. 1. n. 3.

Variis nominibus hæc ipsa insignitur. Dicitur enim 1. *Regula na'* ἐξοχλῶ, quia est princeps omnium. 2. *Regula Proportionum*, à forma, quippe

obtinere in proportionibus. 3. *Regula Trium vel de tribus* scilicet numeris, & corruptè *Detri* à subiecto, cum circa tres numeros datos ex iis elicendo quartum ignotum versetur. 4. *Regula ad 722* propter admirabilem usum & excellentiam. 5. *Regula Philosophorum & Mercatorum*, quia apud hos in frequenti est usu. Conf. Met. Arithm. lib. 2. c. 1.

In hac Regula Trium considerata venit 1. Legitima trium datorum terminorum dispositio. 2. Quarti proportionalis investigatio. 3. Operationis probatio.

### Problema 77.

Datos in Regula Trium tres numeros proportionales ritè disponere.

Numerus quæstionis, (id est, quæstionem annexam habens) ponatur à parte dextera, ut sit in ordine tertius; eiq; cognominis locetur à parte sinistra, ut evadat primus. Reliquus numerus medium occupet locum, ut fiat in ordine secundus.

Ut: duo dies constant horis 48. Quot igitur horis constant dies 15? Hoc loco numerus quæstionis est 15, eiq; cognominis 2, quia uterq; denominationem suscipit à diebus, Disponendi igitur sunt hoc modo: D. H. D.

2 --- 48 --- 15.

Obje

### Observationes.

1. Si numero Quæstionis neuter reliquorum nomine conveniat: primum in ordine locum teneat is numerus, qui genere & re cum numero quæstionis consentit, eorumq; alteruter, qui nempe valoris est majoris, resolvatur in partes minoris valoris, ut hoc modo denominationem eandem acquirant.

### Exempla.

1. Quot horas habent tres septimanæ, si 4. dies habent 96. horas? Hic 3. Sept. stant loco tertio, & 4. dies primo, tanquam ejus generis, ambo enim significant intervallum temporis majus. Ad obtinendam vero eandem denominationem; 3. septimanæ resolvuntur in dies factâ multiplicatione per 7. uti hic videre est

$$\begin{array}{r} \text{D.} \qquad \qquad \text{H.} \\ 4 \text{ --- } 96 \text{ --- } 3 \text{ Sept.} \\ \qquad \qquad \qquad 7 \\ \hline \qquad \qquad \qquad 21 \text{ D.} \end{array}$$

2. Semuncia emitur 9. oris, quanti tres libræ? Libræ tertij loci resolvendæ sunt in semuncias multiplicando per 32. hoc modo:

$$\begin{array}{r} \text{Sem.} \qquad \qquad \text{Or.} \\ 1 \text{ --- } 9 \text{ --- } 3 \text{ Lib.} \\ \qquad \qquad \qquad 32 \\ \hline \qquad \qquad \qquad 96 \text{ Sem.} \end{array}$$

3. Pro



3. Pro 4 mensibus solvendi sunt 48. Imperiales; quantum pro annuo spatio?

$$\begin{array}{rcl} \text{M.} & \text{Imp.} & \\ 4 & \text{---} & 48 \text{ ---} 1 \text{ A.} \\ & & 12 \text{ M.} \end{array}$$

4. Sextarius vini rhenani emitur dimidio Imperiali; quanti amphora 120. sextariorum?

$$\begin{array}{rcl} \text{Sext.} & \text{Imp.} & \\ 1 & \text{---} & \frac{1}{2} \text{ ---} 1 \text{ Amph.} \\ & & 120 \text{ Sext.} \end{array}$$

II. Si in quodam termino diversa species monetarum, ponderum & mensuratum occurrant: reducendi sunt omnes ad minimam speciem ibi expressam nisi species minores commodè in fractionem majoris resolvi possint subsidio probl. 17. Ubi 6. Imperialibus, 7. marcis & 4. oris emuntur 4. ulnæ panni: quot 18. Imperialibus? Hoc loco primus terminus constat tribus speciebus monetæ. Igitur ut ad unam denominationem redigantur, multiplicentur Imperiales per 15. additisq; facto 7. duæ species reductæ sunt in unam, nempe in marcas 97. Hæ porro multiplicentur per 8. (cum 8. oræ constituent marcæ) & facto addantur residuæ 4. oræ. Eruntq; tres datæ species in minimam resolutæ, videlicet oras 780. Sed tertius similiter est resolvendus ut fiat cognominis primo juxta hanc descriptionem:

Imp

$$\begin{array}{rcl} \text{Imp. M. O.} & \text{Uln.} & \text{Imp.} \\ 6 \text{ ---} 7 \text{ ---} 4 & \text{---} & 4 \text{ ---} 18 \\ 15 & & 15 \\ \hline 97 \text{ M.} & & 270 \text{ M.} \\ 8 & & 8 \\ \hline 780 \text{ Or.} & & 2160 \text{ Or.} \end{array}$$

Additur tamen in observatione exceptio quædam, à molestia prolixioris operationis quandoq; nos liberans. Uthoc loco 7. Marcæ & 4. oræ efficiunt  $\frac{1}{2}$ . Imperialem. Igitur in locum trium datarum specierum commodissime substituitur hæc unica  $6\frac{1}{2}$ . taliter

$$\begin{array}{rcl} \text{Imp.} & \text{Uln.} & \text{Imp.} \\ 6\frac{1}{2} & \text{---} & 4 \text{ ---} 18. \end{array}$$

III. Si in termino unius speciei dentur numeri fractionis vel mixti: reducendi sunt ad formam purarum fractionum juxta probl. 25. Denominator tamen non subscribitur, sed refertur ad ultimum terminum, si in primo loco sit fractio: Sin medio vel ultimo termino adhæreat fractio; denominator refertur ad terminum primum, numerumq; istum, cui subjicitur semper multiplicat.

*Exempla.*

1.  $2\frac{1}{2}$ . Ulnæ panni emuntur 3. Imperialibus; quanti 7. Ulnæ panni? Hic numerus mixtus fractionis, multiplicando integra 2. per denominatorem 4. & facto 8. addendo numeratorem 3. ut fiant

fiant II. Sed idem denominator adhuc ducendus est in 7. ultimi loci,

$$\begin{array}{r} \text{U.} \quad \text{Imp.} \quad \text{U.} \\ \frac{2}{11} \quad \frac{3}{28} \quad \frac{7}{28} \end{array}$$

Sic pro datis heterogeneis  $2\frac{2}{11}$  & 7. inventi sunt homogenei 11. & 28.

2. Libræ tres emuntur 5. Marcis; quanti 4 Libra? Cum enim sola hic detur fractio, adeoque nullâ multiplicatione denominatoris in integrum sit opus; subscribitur solus numerator.

$$\begin{array}{r} \text{Lib.} \quad \text{M.} \quad \text{Lib.} \\ \frac{3}{6} \quad \frac{5}{1} \quad \frac{4}{1} \end{array}$$

3. Cum tonna fecalis venditur  $6\frac{1}{4}$  thalerum quanti veneunt 13. tonnæ?

$$\begin{array}{r} \text{Ton.} \quad \text{Thal.} \quad \text{Ton.} \\ \frac{1}{4} \quad \frac{6\frac{1}{4}}{25} \quad \frac{13}{1} \end{array}$$

IV. Si plures sint species unius termini, quarum una adhuc fractio; & reliquæ in fractionem primi radigi nequeant; Resolvantur singulæ majori species in minimam juxta ductum observ. 2. Ita summa rursus per denominatorem fractionis est multiplicanda, & facto numerator addendus. Sic demum bene præparatus est ille terminus; igitur cum reliquorum altero similiter agatur juxta observationes præcedentes

Exem.

Exempli gratiâ:

$$\begin{array}{r} \text{Uln.} \quad \text{Imp. Marc. Or.} \quad \text{Uln.} \\ 6 \quad \frac{13}{15} \quad \frac{9}{65} \quad \frac{2\frac{1}{2}}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 139 \\ 204 \text{ M.} \\ 8 \\ 1634\frac{1}{2} \text{ Or.} \\ 3269 \end{array}$$

Termini reducti hi sunt:  
Uln. Or. Uln.  
12 --- 3269 --- 4

### Problema 78. Quantum terminum directè proportionalem investigare.

Tribus terminis ritè dispositis, multiplicetur secundus per tertium, & productum dividatur per primum. Sic Quotiens exhibet terminum quartum ejusdem cum secundo denominationis in exemplis concretis,

Uc: Viatori 144. milliarum conficienda sunt, qualium 18. triduo perficiuntur. Quæritur quanto tempore illud sit absoluturus? Resp. 24. Diebus.

$$\begin{array}{r} \text{Mill.} \quad \text{D.} \quad \text{Mill.} \\ 18 \quad \frac{3}{144} \quad \frac{3}{432} \end{array}$$

Cum dati numeri concreti in multiplicatione & divisione denominationem deponant; ducitur numerus secundæ loci 3, in tertium 144. & pro-

& productus 432. dividitur per primum 18.  
Hinc quotus secundo cognominis est quartus  
proportionalis quæsitus 24 D.

### Observationes.

I. Si divisor major fuerit numero facto ex ductu  
secundi in tertium, unde divisio institui nequit: oritur  
fractio; quam si evitare placet, resolvendus est  
medius terminus in speciem minorem, factâ  
jussdem multiplicatione per numerum partium  
in uno sui integro contentarum.

Ut si repetamus exemplum secundum ob  
serv. 3. probl. 77.

Lib. Marc. Lib.

6 — 5 — 1 Quotus est  $\frac{5}{8}$  Mar  
vel mult. per 8 4  
redigât. in oras 40 Jam 40  $(\frac{40}{8})$  Or. est quot

tus proportionalis quæsitus.

II. Si quotiens in minori sorte sive specie significat  
tempus, mensuram, pondus vel monetam: accedens  
alia divisione per numerum earundem partium  
majoris speciei reducantur ad speciem majore  
rem.

Ut in exemplo observ. 4. probl. 77.

Uln. Or. Uln.

Or. Marc.

12 -- 3269 -- 4 1118 241 1  
13076 12 8 15 9.101  
13076 12 8 15 9.101

Primæ divisionis quotus 1089. significat oras,  
quippe quartus est cognominis secundo, qui de-  
nominabatur ab oris. At oras numerando co-  
usq; vulgo non progredimur; igitur divisio iis  
per 8. (cum tot partes videlicet oræ continean-  
tur in uno integro proximè majoris speciei mo-  
netæ, nempe in unâ marcâ) revocantur in mar-  
cas 136. & hæc rursus in Imperiales per 15. Verus  
igitur quartus proportionalis est 9. Imperia-  
les 1. Marca &  $1\frac{8}{15} | \frac{1}{8} | \frac{2}{3}$  Or.

III. Si ex primâ divisione aliquid remanet: fra-  
ctionem quotientis constituit, quæ ad minimos  
terminos reducenda erit per probl. 14.

Vel: Si quotus minorem agnoscit speciem;  
per numerum partium integri illius speciei resi-  
duum multiplicetur, factusq; per primum ter-  
minum dividatur.

### Exempla.

1. Libræ 12. emuntur 10. thaleris; quanti  
38. libræ?

L. Th. L.

12 ---- 10 ---- 38

Vel

380  $(31\frac{8}{15} | \frac{4}{8} | \frac{2}{3})$  Thal.  
12

380  $(31\frac{8}{15})$  Thal.  
12

32  
256  $(21\frac{2}{3})$  Or.  
12

H

Facit

Facit  $31\frac{1}{2}$  Thal. *sive* 31. Thal.  $21\frac{1}{2}$  Or. Cum enim ex primâ divisione remaneant  $7\frac{1}{2}$  Thaleri, vel adducuntur ad minimos terminos  $\frac{3}{2}$  Thal. vel potius multiplicentur per 32. propterea quod unus Thalerus contineat oras 32. Productus vero 256. iterum per primum, qui est 12. dividitur. Hinc emergunt oræ  $21\frac{1}{2}$ .

2. Dominus quidam servo annuam mercedem numerat 42. Thal. 3. Marc. Quæritur quid eidem debeat pro 21. septimanis & 4. diebus:

| D.               | Th.               | Sept. D.        |
|------------------|-------------------|-----------------|
| 365              | $42\frac{3}{4}$   | 21 -- 4         |
| $\frac{4}{1460}$ | $\frac{171}{151}$ | $\frac{7}{151}$ |
|                  | 25821             | 100             |
|                  |                   | 25821           |
|                  |                   | 146 0           |

Facit 17. thal.  $21\frac{1}{2}\frac{1}{25}$  or.

3. Baculus in altitudine s. ulnarum perpendiculariter humi defixus de se mittit umbram  $3\frac{1}{2}$  ulnarum eodem momento, quo turris proicit umbram 12. ulnarum. Quæritur altitudo turris?

| Umb.           | alt. | Umb.                            |
|----------------|------|---------------------------------|
| $3\frac{1}{2}$ | 5    | 12. Resp. 18 $1\frac{1}{2}$ Or. |

Compendia operationis suggerit nostra Praxis Italica in Appendice hujus Arithmeticæ.

### Problema 79.

Quantum proportionalem inventum examinare.

Terminus secundus ducatur in tertium, itemque primus in quartum inventum. Si enim numerus utrinque productus fuerit æqualis, inventus illè erit verus quartus proportionalis per prop. 19. lib. 7. Eucl.

Vel: Terminus primus statuatur loco tertio, & tertius primo, quartus autem inventus medio. Factaque operatione juxta præscriptum problematis 78. si in quoto resultat terminus secundus prioris argumentationis, quartum illius esse verum proportionalem quæsitum indubitato concluditur.

Uc in exemplo problematis 78. ex datis tribus 18 --- 3 --- 144. inventus fuit hic quartus 24. Si jam lubet examen instituire, utrum sit genuinus quæsitus, fiet illud per modum 1.

|                         |                  |
|-------------------------|------------------|
| 18 --- 3 --- 144 --- 24 | 2.               |
| $\frac{24}{432}$        | $\frac{18}{432}$ |
| 432                     | 432              |
| H 2                     | In               |

In primo modo factus ab extremis & quartus factus à mediis; in secundo redit terminus secundus propositæ quæstionis. Ergo nullum est dubium, quin inventus ille 24. sit verus quartus proportionalis quæsitus.

### CAP. XI.

#### De Regula Trium inversâ.

Regula Trium inversa est, quæ datis tribus numeris reciproce proportionalibus, factus primo & secundo per tertium dividens, quartum proportionalem investigat. *Conf. Met. Arithm. lib. 2. cap. 2. n. 2.*

Dicitur Regula Trium *inversa*, *conversa* & *versa*, itemq; *reciproca* respectu Regulæ Trium directæ; quippe invertit sive immutat priorem ordinem dispositionis terminorum, cum directus terminus primus fiat tertius inversæ, & contra eademq; viâ quâ directâ progreditur, reciproce revertitur. Deinde invertit etiam modum operandi, uti ex probl. 80. patebit.

Adhibetur autem hæc Regula, ubi secundum rationis dictamen tertius numerus primus major requirit quartum secundo minorem, tertius minor primo requirit quartum secundo majorem. Ut si in eadem re *potentia* augetur, necessario *tempus* diminuitur, vel si rei *pretium* augetur, ejus quoq; *pondus* diminuitur, & *versâ*.

In hac iudem considerantur datorum numerorum collocatio, ipsa operatio, ejusq; probatio.

Collocantur numeri in Regulâ Trium conversâ eodem modo, quo in directâ, nempe ut numerus quæstionis fiat tertius, eiq; cognominis vel homogeneus sit primus; reliquus vero fiat in ordine secundus.

Quoad operationem verò docet

#### Problema 80.

Tribus terminis ritè dispositis, quartum reciproce proportionalem invenire.

Multiplisetur primus per secundum, & factus dividatur per tertium. Quotus erit quartus proportionalis quæsitus.

#### Exempla.

1. Boves 15. arant jugerum diebus 8. Quot diebus arabunt idem 20. boves?

Quoniam potentia hoc loco crescit; nam 20. boves plus possunt præstare quam 15. Igitur sana ratio dictitat, tempus diminutum iri, sive quod 20. boves breviori temporis spatio quàm 15. boves, idem jugerum sint araturi. Pertinet igitur hæc quæstio non ad Regulam Directam, sed ad reciprocam.

H 3

Et

Et cum 20. boves quæstionem faciant, struuntur loco tertio, & 15. boves loco primo reliquus autem numerus 8. D. loco medio, & absolvitur operatio juxta hoc paradigma:

$$\begin{array}{r} \text{B.} \quad \text{D.} \quad \text{B.} \\ 15 \text{ --- } 2 \text{ --- } 20 \\ \underline{8} \\ 120 \end{array}$$

Resp. 20. boves absolverent illud jugerum Diebus.

2. Commeatus sufficit 7. menses 3000. obsessis militibus. Quæritur quot obsessis 12. menses suppetat?

M. O. M.

7 ---- 3000 ---- 12 Resp. 1750. obs.

3. Cum tonna siliginis venit 5. thalerum panis orâ emendus est 4. semunciarum. Quæritur si tonna siliginis ematur 8. thaleris quot semunciarum erit panis ejusmodi?

Th. S. Th.

5 --- 4 --- 8. Resp.  $2\frac{1}{2}$  Sem.

4. Pannus 4. ulnarum, cujus latitudo est  $2\frac{1}{2}$ . ulnarum pro veste conficienda requiritur. Quot ulnæ igitur alterius panni, cujus latitudo  $1\frac{1}{2}$  ulnæ ad similem vestem conficiendam requiruntur?

Lat. Long. Lat.  
 $2\frac{1}{2}$  --- 4 ---  $1\frac{1}{2}$

Facit 8. Ulnæ  
5. Aur.

5. Amphora vini sufficit tres dies 30. convivis: eadem quot convivis sufficeret sex dies?

D. C. D.

3 --- 30 --- 6 Resp. 15. Conv.

6. Quidam 246. Imperiales ab amico mutuo sumens, eosdemq; 26. septimanis elapsis restituens, mutuum officium creditori pollicetur. Alter paulo post 340. Imperiales à priori sibi commodato dari petit. Quæritur quamdiu eam summam retinere debeat, ut mutui æqualitas servetur? Resp. 18. Septim. 5. Diebus.

1. S. 1.

246 --- 26 --- 340.

7. Tres mercatores lucrati sunt tricenos aureos; primus per 6. menses ex aureis 60. secundus per 7. tertius per 5. menses. Quæritur quæ fuerit fors secundi & tertij?

M. A. M.

6 --- 60 --- 7

M. A. M.

6 --- 60 --- 5

Sors secundi 51  $\frac{1}{2}$  Aur. Sors tertij 72. Aur.

8. Sit ager quidam quadrangularis rectangulus, longus 6. decempedas, latus 4. decemp. Huic æqualis & ejusdem figuræ abscindendus est, cujus latitudo tantum est 3. decemp. Quæritur longitudo?

Lat. Long. Lat.

4 --- 6 --- 3

Long. 8. decemp.

9. Sit stateræ radius major 10. partium minor duarum. A majore autem pondus 6. librarum,

H 4

rum,

rum, cum pondere quodam à minore faciat  
quamentum. Quæritur quantum hoc pondus  
sit?

Part. Lib. Part.

10 ----- 6 ----- 2 Resp. 30. libr.

Ex hoc exemplo intelligitur, quæ sit ratio expo-  
randi rerum quarumcunq; pondera per stateras  
juxta Neuf. Arithm. libr. 5. cap. 2. proposi-  
ti exempl. 7.

10. Pondus 8. librarum descendit horis  
Quando igitur descender pondus 16. librarum  
Facit 1. Hor.

|      |    |      |
|------|----|------|
| Lib. | H. | Lib. |
| 8    | 2  | 16.  |

### Problema 81.

Quantum reciproce proporti-  
onalem examinare.

Quoniam veritas proportionis recipro-  
fundatur cum in prop. 14. libr. 6. Eucl. cum  
hac proprietate, quod factus à duobus priori-  
bus æqualis sit facto à duobus posterioribus ter-  
minis, teste Metio Arithm. libr. 2. cap. 2. n. 2.  
Igitur

Multiplisetur primus per secundum, item  
tertius per quartum. Producta enim si utrin-  
que fuerint æqualia, quartus ille inventus est verus  
numerus reciproce proportionalis quæsitus.

Utin exemplo 1. problematis præcedentis

|       |   |       |   |
|-------|---|-------|---|
| 15    | 8 | 20    | 6 |
| <hr/> |   | <hr/> |   |
| 8     |   | 6     |   |
| <hr/> |   | <hr/> |   |
| 120   |   | 120   |   |

Similiter probantur omnia exempla proportio-  
nis reciproce.

## CAP. XII.

### De Regula Dupli.

Sic fuit disjuncta proportio geometrica *sim-  
plex*: sequitur *multiplex*, quæ pluribus quàm qua-  
tuor terminis constat & cernitur in Regula Dupli,  
*Societatis, Alligatoni & Falsi*.

Regula Dupli est, quæ datis quinque terminis  
directè vel reciproce proportionalibus, sextum  
proportionalem per binos in primo & tertio lo-  
co numeros investigat.

Dicitur *Regula Dupli* à duplicibus numeris in  
primo & tertio loco. Alias *Regula Quinq;* à quinque  
numeris datis; item *Regula Sex Quantitatum* à  
quinque datis & sexto quæsito. Et *Regula Trium  
composita* quod duæ proportionales simplices hic  
coalescant in unam. Inventa primum est à Pro-  
lemæo, qui ante inventionem Canonis Triangu-  
lorum, Astronomiæ eam applicavit, ad investi-  
ganda motuum cœlestium accidentia, & geo-  
metricè per lineas demonstravit libr. 1. Almage-  
sticæ cap. 12.

In hac notetur datorum numerorum collocatio. Quæsti investigatio & probatio.

*Problema 82.*

Datos quinque; numeros proportionales in ordinem digerere.

Duo numeri quæstionem annexam habentes tertio loco collocentur, ita ut numerus secundarius, qui denotat tempus, lucrum, damnum aliasque circumstantias principali subscriptatur. Reliqui numeri ejusdem vel denominationis rei primum obtineant locum, sed quintus medius occupet.

Ut: Boves 6. erant diebus 4. jugera 20 quid arabunt 10. boves diebus 15.

Hoc loco 10. boves & 15. dies sunt numeri quæstionis: igitur collocantur loco tertio, non quidem indifferenter, sed 15. dies (quia circumstantiam temporis significant) loco inferiori, & 10. boves loco superiori ponuntur. Singulis his in primo loco statuuntur cognomines, nempe sub 6. B. scribuntur 4. D. In medio autem solitarie ponuntur jugera 20. hoc modo:

$$\begin{array}{rcl} \text{B. } 6 & > 20 \text{ Jug.} < & 10. \text{ B.} \\ \text{D. } 4 & & 15. \text{ D.} \end{array}$$

*Problema 83.*

In Regula dupli sextum terminum directe proportionalem invenire.

Termini primi loci in se, & tertij loci similiter in se invicem ducantur, & simplicis proportionis termini innotescant, quorum secundus & tertius si multiplicentur, factusque dividatur per primum; Quotus exhibebit sextum directe proportionalem quæsitum.

*Exempla.*

1. Si repetamus proximè præcedens, quod erat tale:

$$\begin{array}{rcl} \text{B. } 6 & > 20 \text{ Jug.} < & 10 \text{ B.} \\ \text{D. } 4 & & 15 \text{ D.} \\ \hline 24 & \text{-----} & 150 \\ & & \frac{20}{3000} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3000 \text{ (125 Jug.)} \\ 24 \end{array}$$

Mix ex ductu 4. in 6. acquiritur terminus primus proportionis simplicis, nempe 24. Similiter ex 10. per 15. multiplicatis producitur tertius terminus 150.

2. Centenarii 11. per 26. milliaria vehuntur 12. thaleris. Quot thaleris igitur vehentur 18. centenarii per 71½ milliaria? Resp. 54. thal.

$$\begin{array}{rcl} \text{Cent. } 11 & > 12 \text{ Th.} < & 18 \text{ Cent.} \\ \text{Mill. } 26 & & 71\frac{1}{2} \text{ Mill.} \\ \hline 286 & \text{-----} & 1287 \end{array}$$



3. Si centum Imperiales annuo spatio dant usuram 6. Imperialium: Quid usuræ dabunt 370. Imperiales per triennium & 4. menses?

$$\begin{array}{rcl} \text{Sors } 100 & \triangleright & 6 \text{ Usur.} \\ \text{Mens. } 12 & & \triangleleft 370. \text{ Sors} \\ & & 40. \text{ Mens.} \\ \hline 1200 & - & 6 & - & 14800. \end{array}$$

Resp. Dant usuram 74. Imperialium.

4. Sint duæ moletrinae, quarum altera quatuor molis molitur 9. horarum spatio 42. tonnarum. Quæritur altera 6. molis quantum molatur horis 13?

$$\begin{array}{rcl} \text{Mol. } 4 & \triangleright & 42 \text{ Ton} \\ \text{Hor. } 9 & & \triangleleft 13. \text{ Hor.} \\ \hline 36 & - & 42 & - & 78. \end{array}$$

5. Duodecim militibus trimestri spatio stipendium solvendum est 150. thalerorum. Quantum 32. militibus spatio annuo, seu 12. mensium? Resp. 1600. thal.

$$\begin{array}{rcl} \text{Mil. } 12 & \triangleright & 150 \text{ Th.} \\ \text{Mens. } 3 & & \triangleleft 32. \text{ Mil.} \\ & & 12. \text{ Mens.} \\ \hline 36 & - & 150 & - & 384 \end{array}$$

6. Argenti puri, (quod est 16. lotonum) marca 9. uncialibus solidis æstimatur. Quantum erunt 4. marcae argenti 12. lotonum? Facit 17. Unciales.

$$\begin{array}{rcl} \text{Marc. } 1 & \triangleright & 9 \text{ Imp.} \\ \text{Lot. } 16 & & \triangleleft 4. \text{ M.} \\ & & 12. \text{ L.} \\ \hline 16 & - & 9 & - & 48. \end{array}$$

## Problema 84.

In Regulâ dupli sextum terminum reciproce proportionalem indagare.

Termini primi & tertij loci decussatim multiplicentur, factiq; sub principalibus collocentur. Hoc facto si juxta præscriptum problematis 80. terminus primus proportionis simplicis cum secundo multiplicetur, & factus per tertium dividatur; Quotus indicabit proportionalem quæsitum.

## Exempla.

1. Pro centenariis 18. per 71½ milliaria vehendis solvuntur 36. thaleri: Per quot milliaria igitur vehentur 11. centenarii pro 8. thaleris? Resp. per 26. milliaria.

$$\begin{array}{rcl} \text{Cent. } 18 & \triangleright & 36 \text{ Thal.} \\ \text{Thal. } 36 & & \triangleleft 11. \text{ Cent.} \\ & & 8. \text{ Thal.} \\ \hline 144 & - & 71\frac{1}{2} & - & 396. \end{array}$$

Hic centenarii 18. per crucem ducuntur in 3. Thaleros, & factus 144. largitur terminum primum, quippè sub principali termino scribendus est. Similiter 11. centenarii per 36. thal. multiplicantur, & factus 396. tertio loco, sub suo principali termino ponendus est. Medius vero utrobiq; manet. Cum igitur quinque termini dati ad tres hoc pacto reducti sint; juxta probl.

80. perficitur operatio, uti videre est in hoc p  
radigmate:

$$\begin{array}{r}
 144 \quad \text{---} \quad 71\frac{1}{2} \quad \text{---} \quad 396 \\
 144 \quad \text{---} \quad 143 \quad \text{---} \quad 792 \\
 432 \quad \text{---} \quad 143 \quad \text{---} \quad 792 \\
 576 \\
 144 \\
 20592
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20592 \quad (26. \\
 792
 \end{array}$$

2. Centum Imperiales annuo spatio dar  
usuram 6. Imperialium. Quamdiu igitur 71  
Imperiales in usuris collocandi sunt, ut 21. Im  
periales lucrentur?

Resp. 4 $\frac{2}{3}$  annos.

$$\begin{array}{r}
 \text{Sors } 100 \triangleright 1 \text{ A.} \triangleleft 75. \text{ Sors;} \\
 \text{Usur. } 6 \triangleright 1 \text{ A.} \triangleleft 21. \text{ Usur,} \\
 2100 \text{ --- } 1 \text{ --- } 450
 \end{array}$$

3. Si duo mellores demetunt 6. jugera 4. die  
bus: quæritur quot diebus 8. mellores demet  
tant 12. jugera?

Resp. biduo.

$$\begin{array}{r}
 \text{Mess } 2 \triangleright 4 \text{ D.} \triangleleft 8. \text{ Mess.} \\
 \text{Jug. } 6 \triangleright 4 \text{ D.} \triangleleft 12 \text{ Jug.} \\
 24 \text{ --- } 4 \text{ --- } 48.
 \end{array}$$

4. Thaleri 72. lucrentur decem mensius  
spatio 2. thaleros. Lucrum igitur 20. thalero  
rum 16. mensium spatio ex qua sorte sperandus  
est? Resp. ex 450. Th.

Mens

$$\begin{array}{r}
 \text{Mens. } 10 \triangleright 72 \text{ Sors} \triangleleft 16. \text{ Mens.} \\
 \text{Lucr. } 2 \triangleright 72 \text{ Sors} \triangleleft 20. \text{ Lucr.} \\
 200 \text{ --- } 72 \text{ --- } 32.
 \end{array}$$

5. Tonna filiginis 5. thalerorum dat panem  
6. oris emendum 20. semunciarum. Quantus  
erit panis unâ orâ emendus, quando tonna fili  
ginis emitur 3. thaleris? Resp. 5 $\frac{5}{8}$  semunc.

$$\begin{array}{r}
 \text{Thal. } 5 \triangleright 20 \text{ Sem.} \triangleleft 3. \text{ Thal.} \\
 \text{Or. } 6 \triangleright 20 \text{ Sem.} \triangleleft 1. \text{ Or.} \\
 5 \text{ --- } 20 \text{ --- } 18.
 \end{array}$$

6. Duo operarij ad vallum extruendum  
uno die effodere & aggerere possunt 5. scutulas  
(Schaffte) Quæritur quot diebus 60. operarij  
effodiant & aggerant 2778. scutulas? Resp.  
18 $\frac{1}{2}$  D.

$$\begin{array}{r}
 \text{Op. } 2 \triangleright 1 \text{ D.} \triangleleft 60. \text{ Oper.} \\
 \text{Sc. } 5 \triangleright 1 \text{ D.} \triangleleft 2778. \text{ Scut.} \\
 5556 \text{ --- } 1 \text{ --- } 300
 \end{array}$$

7. Uno die duo operarij effodere & agge  
rere possunt 5. scutulas; Quot igitur operarij  
18 $\frac{1}{2}$  diebus effossuri atq; aggesturi sunt 2778.  
scutulas? Fiunt 60. operarij.

$$\begin{array}{r}
 \text{D. } 1 \triangleright 2 \text{ Op.} \triangleleft 18\frac{1}{2} \text{ D.} \\
 \text{Sc. } 5 \triangleright 2 \text{ Op.} \triangleleft 2778 \text{ Scut.} \\
 5556 \text{ --- } 2 \text{ --- } 185.
 \end{array}$$

Problema 85.

Sex

## Sextum terminum proportionalem inventum examinare.

In Examine hujus Regule assumuntur termini ad proportionem simplicem reducti, ita quidem, ut si inventus est directe proportionalis, factus ab extremis æqualis sit factus ab intermediis juxta probl. 79.

Si inventus est reciproce proportionalis; factus duobus prioribus æquetur factus à duobus posterioribus juxta probl. 81.

Ut in exemplo primo problematis 83. placet inquirere, utrum inventus 125. sit vere directe proportionalis quæsitus? Terminis proportionis simplicis hi sunt:

24 --- 20 --- 150 --- 125

|      |      |
|------|------|
| 20   | 24   |
| 3000 | 3000 |

ducuntur 3000. Cum igitur factus ab extremis æquetur factus à mediis, sunt quatuor numeri directe proportionales vi prop. 19. libr. 7. Eucl. adeoque quartus inventus est genuinus numerus quæsitus.

Similis probatio instituitur etiam in aliis proportionibus directis.

Sed operationes problematis 84. examinantur, ut hoc exemplum ejus primum:

## PARS I. CAP. XIII.

|                             |               |
|-----------------------------|---------------|
| 144 --- 143 --- 792 --- 26. | Ducuntur enim |
| 143                         | 26            |
| 432                         | 4752          |
| 576                         | 1584          |
| 144                         | 20592         |
| 20592                       |               |

143. in 144. similiter 26. in 792. & quia facti æquantur, inventus ille quartus 26. est genuinus numerus reciproce proportionalis quæsitus.

## CAP. XIII.

### De Regula Societatis.

Regula Societatis est, quæ summam aliquam respectu principalium terminorum in partes proportionaliter distribuit, vigore prop. 12. lib. 7. Eucl.

Dicitur *Regula Societatis, consortij & Compagnie* quod in Societatibus mercatorum ejus potissimus sit usus. Aliàs vocatur *Regula rei heriscunde*, id est dividendæ, quod rem multis communem, utpote lucrum, damnum &c. convenienter dividat. Itemque *Regula æquitatis, justitiæ & politiæ*, quod suum cuique proportionaliter tribuat. Vid. Neuf. Arithm. lib. 5. cap. 4. n. 3.

Estque vel *simplex*, in qua termini principales, citra ullam circumstantiam, aut cum æquali proponuntur: vel *composita*, in qua termini principales cum diversis circumstantiis proponuntur.

### Problema 86.

I

Da

**Datis quibusvis terminis principalibus absq; circumstantiis: summam proportionaliter distribuere.**

Omnes termini principales colligantur in unam summam, quæ primo loco collocatur. Secundo autem loco ponitur summa distribuenda & tertio singuli termini principales, ubi

Sicut se habet summa terminorum principalium ad summam distribuendam; ita pars summæ prioris ad partem summæ posterioris.

Operatio igitur juxta probl. 78. toties instituat, quot sunt termini principales, & inveniuntur proportionales quæsi, qui additi si distribuendam reddant summam, operationem ritè institutam esse testantur.

### Exempla.

1. Duo mercatores in ita societate contulerunt primus 176. thaleros, secundus 224. thaleros, & lucrati sunt 75. thaleros. Quæritur quantum singulis pro rata accedat? Resp. Lucrum primi est 33. thal. secundi 42. thal.

|                       |         |       |               |
|-----------------------|---------|-------|---------------|
| Sors                  | Lucr.   | Sors  | Lucr.         |
| 400 ---- 75. Th. ---- | { 176 } | Resp. | { 33. primi   |
|                       | { 224 } |       | { 42. secundi |
|                       |         |       | Summa 75.     |

Cum enim sors utriusq; 176. & 224. efficiat summam 400. ea tenet primum locum Regulæ Trium.

Trium, & lucrum commune 75. th. secundum: tertium vero locum occupat seorsim sors cuiusq; hoc modo:

400 ---- 75 ---- 176 | 400 ---- 75 ---- 224.  
factaq; multiplicatione secundi per tertium, & producti divisione per primum, in quo inveniatur portio lucri cuiusvis competens. Tandem examinis loco, portiones lucri 33. T. 42. T. addantur & summa 75. T. est summæ distribuendæ, secundo loco positæ, æqualis. Nullum igitur est dubium, quin distributio lucri communis ritè sit instituta.

2. Tres longinquum iter suscepturi contribuant A 528, Imperiales, B 672. C 840. Confecto autem itinere remanserunt 646. Imperialis. Quæritur quantum inde singuli recipiant? Resp. A 167½. Imp. B 212½. Imp. C 266. Imp.

|                    |         |       |        |
|--------------------|---------|-------|--------|
| 2040 ---- 646 Imp. | { 528 } | Facit | { 167½ |
|                    | { 672 } |       | { 212½ |
|                    | { 840 } |       | { 266. |

Et redit prior summa distribuenda 646. Imp.

3. Sint quinque Creditores, quorum primo debentur 300. Imper. secundo 126. tertio 130. quarto 198. quinto 146. Concurso autem eorum facto, bona debitoris voci præconis subijciunt, & ex iis conficiunt tantummodo 540. Imperiales. Cum igitur ex hac summa omnibus satisfieri non possit, quæritur quantum singulis sit solvendum?

$$900 - 540. \text{ Imp. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 300 \\ 126 \\ 130 \\ 198 \\ 146 \end{array} \right\} \text{ Fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 180 \\ 75\frac{3}{4} \\ 78 \\ 118\frac{1}{2} \\ 87\frac{3}{4} \end{array} \right\}$$

540

4. Tres mercatores quæstum facturi in commune conferunt primus 942. Imperialibus secundus 720. tertius 516. Post intervallum aliquod temporis 363. Imperialium damnum sentiunt; Quare societatem dissolvunt. Quæritur quantum sortis cuiq; sit tribuendum?

$$\begin{array}{r} \text{Sors} \quad \text{Resid.} \\ 2178 - 1815. \text{ Imp. } \left\{ \begin{array}{l} 942 \\ 720 \\ 516 \end{array} \right\} \text{ Fiunt } \left\{ \begin{array}{l} 785 \\ 600 \\ 430 \end{array} \right\} \\ \hline 1815. \end{array}$$

5. Quatuor mercatores navim mercibus onerarunt; primus merces suas emit 1830. Imperialibus, secundus 675. tertius 825. quartus 270. Imp. Inter navigandum verò naufragio periclitantur; Navis igitur levandæ causâ gravissimarum rerum (quæ 108. Imperialibus constiterant) jacturam faciunt. Quæritur quid singulis mercatoribus decedat?

$$3600 - 180. \text{ Imp. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 1830 \\ 675 \\ 825 \\ 270 \end{array} \right\} \text{ Facit } \left\{ \begin{array}{l} 5475 \\ 20\frac{1}{2} \\ 24\frac{1}{2} \\ 875 \end{array} \right\}$$

108

6. Quæ

6. Quatuor emptâ nave ita eam inter se partiti sunt, ut primus habeat  $\frac{3}{8}$ , secundus  $\frac{5}{16}$ , tertius  $\frac{1}{4}$ , quartus  $\frac{1}{8}$ . Perfectâ navigatione aliquâ nauti nomine lucrati sunt 276. Thaleros, unde subductis necessariis impensis & mercede, quæ nautæ debetur, reliqui sunt 138. thaleri. Quæritur quantum inde quilibet sit accepturus? Hoc loco quatuor fractiones addendæ sunt per probl. 21. & summa earum nempe 1 ponenda loco primo; secundo autem 138. Thal. & tertio quælibet fractio seorsim. Tum mediante observat. 3. probl 77. obtinebuntur singulorum portiones quæsitæ.

$$1 - 138. \text{ Thal. } \dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{8} \\ \frac{5}{16} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} \end{array} \right\} \text{ Facit } \left\{ \begin{array}{l} 51\frac{3}{4} \text{ Thal.} \\ 43\frac{1}{8} \\ 34\frac{1}{2} \\ 8\frac{1}{8} \end{array} \right\}$$

138

### Problema 87.

Datis terminis principalibus cum diversis circumstantiis; summam proportionaliter distribuere.

Datæ circumstantiæ ducantur in suos terminos principales, & facti eorum in unam summam collecti, similiter primo Regulæ Trium loco ponantur. In medio itidem collocetur summa distribuenda, & tertio loco statuantur singuli

guli numeri facti sive producti ex multiplicatione circumstantiarum in suos terminos principales.

Hoc facto tum *operatio*, tum *probatio* juxta præcedens problema instituitur.

### Exempla.

1. Tres factâ societate contribuunt, primus 135. thaleros, eosq; negotiationi locavit per semestre, secundus 172. thaleros per 7½ menses, tertius 250. thaleros per 9. menses, & lucrati sunt 145. thaleros. Quantum igitur singulis ex hoc lucro cedit?

Hoc loco 135. multiplicandi sunt per 6. eritq; factus 810. Similiter 172. per 7½. unde factus 1290. itemq; 250. per 9. & producentur 2250. Horum trium factorum nempe 810. 1290. 2250. summa est 4350. & dispositio terminorum proportionalium talis:

$$4350 \text{ --- } 145. \text{ Th. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 810 \\ 1290 \\ 2250 \end{array} \right\} \text{ Facit } \left\{ \begin{array}{l} 27. \text{ Th.} \\ 43 \\ 75 \end{array} \right.$$

Similiter redit prior summa distribuenda 145. Th.

2. Tres laniones conduxerunt pascua pro 180. thaleris, & primus in iis pavit 24. boves per 16. septimanas; secundus 30. boves per 13. septimanas 5. dies; tertius 42. boves per 10. septimanas 2. dies. Quæritur quid singulis sit solvendum?

Septi-

Septimanis resolutis in dies, additisq; diebus adhærentibus; numerus eorum ducatur in suum numerum boum, eritq; factus primus 2688. secundus 2880. tertius 3024. quorum summa 8592. Ergo proportionē solvenda dico:

$$8592 \text{ --- } 180. \text{ Th. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 2688 \\ 2880 \\ 3024 \end{array} \right\} \text{ Fac. } \left\{ \begin{array}{l} 56 \frac{1}{3} \\ 60 \frac{1}{3} \\ 63 \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

3. Pater familias 2500. thaleros legavit viduæ, duobus filiis & tribus filiabus, ea conditione, ut quoties filia accipit 1. thalerum, toties filius accipiat duos; & quoties filius tres, toties materumat 4. thaleros. Quæritur quantum singulis testamento deferatur?

$$\begin{array}{l} 1. \text{ Mater } 4 \quad \left| \quad 4 \right. \\ 2. \text{ filij } 3 \quad \left| \quad 6 \right. \quad 14 \frac{1}{2} \text{ --- } 2500. \text{ Th. } \dots \left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 6 \\ 4 \frac{1}{2} \end{array} \right. \\ 3. \text{ filia } 1 \frac{1}{2} \quad \left| \quad 4 \frac{1}{2} \right. \end{array}$$

Fiunt 689½ Thal. portio matris. At portio duorum filiorum 1034½ Thal. adeoq; unius filij 517¼ Thal. Tandem portio trium filiarum est 775½ Thal. adeoq; unius filia 258⅔ Thal. factâ nempe divisione illius quoti per 2. hujus per 3.

4. Militibus 1100. quorum 800. sunt pedites, 300. vero equites, præda 3500. Imperialium dividenda est ea lege, ut quoties pedes duos, toties eques tres accipiat Imperiales. Quæritur quantum peditarij, & quantum equitatui, quantumq; singulis sit dandum?

1 4

300.

800. per 2  $\left\{ \begin{array}{l} 1600 \\ 900 \end{array} \right.$  2500 --- 3500. Imp. ...  $\left\{ \begin{array}{l} 1600 \\ 900 \end{array} \right.$   
 300. 3  $\left\{ \begin{array}{l} 1600 \\ 900 \end{array} \right.$  2500.

Fiunt 2240. Imperial. portio peditatus, 1260. portio equitatus. Dividatur jam prior Quotus per 800. & posterior per 300. & emerget portio peditis  $2\frac{1}{2}$ . Imp. sed equitis  $4\frac{1}{2}$ . Imp.

## CAP. XIV.

## De Regula Alligationis.

Regula Alligationis est, qua duæ vel plures variorum pretiorum res five merces ita miscentur, ut compositum ex iis pretio proposito, id est, statuto cuidam pretio medio respondeat. Confer. Alst. Encycl. lib. 14.

[Pretia rerum miscendarum aliàs vocantur numeri alligandi; Valor autem communis siue statutum pretium dicitur numerus alligatus.]

Species Alligationis sunt variz; Numeri enim alligandi sunt vel duo vel plures, pretiumq; statutum jam datur jam queritur. Præterea pondus aut mensura in mixtione vel retinetur in eadem quantitate, vel augetur per additamentum alterius. Potiores igitur species subsequenter problematibus includuntur.

## Problema 38.

Dato

Dato communi valore misti; alterutrum duorum alligandorum additamento alterius emendare vel attenuare.

Statutum pretium à sinistris collocetur, & numeri alligandi à dextris, ita tamen, ut ille ex quo additamentum sumendum est, alteri subjiciatur.

Deinde inquiratur differentia statuti pretij & numerorum alligandorum, eaq; his alternatim adscribatur, minoris scilicet differentia adscribatur majori, & contra. Sic inventa erit rerum miscendarum proportio, quæ certæ alicui mensuræ vel ponderi applicatur hac, juxta Regulam Trium, argumentatione:

Sicut sese habet residuum superius ad inferius; ita mensura aliqua vel pondus superioris ad additamentum inferioris.

Examen hujus alligationis instituitur, si pretium portionis addendæ, una cum pretio istius rei, cui aliquid addendum est, in unam summam colligantur, medio Regulæ aureæ loco ponendam. Primo autem loco collocetur integrum pondus vel mensura compositi, & tertio loco pondus unum vel una mensura mixti. Sic quotus indicabit pretium unius ponderis aut mensuræ mixti; quod pretium si statuto fuerit æquale, ritè instituta est alligatio.

I 5

Exem-

*Exempla.*

I. Oenopola duplicis valoris habet vinum vilioris cantharus valet 24. oris, nobilioris 40. oris. Sed tenuius vinum ægrè dividit; igitur pretiosiori illud emendare cogitat, & quærit quantum vini nobilioris sit addendum 60. cantharis vini tenuioris, ut cantharus ex utroq; mistus valeat 30. oris?

$$30 < \begin{array}{l} 24 \\ 40 \end{array} X \begin{array}{l} 10 \\ 6 \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{Vil. Nob. Vil.} \\ 10 \dots 6 \dots 60. \text{ Fac. } 36. C. \end{array} \right.$$

Hoc loco pretium medium 30. à sinistris collocatur, numeri alligandi 24. 40. à dextris sibi subjiciuntur; Superiorem vero postulat locum 24. cum ex vino pretij 40. or. additamentum sit sumendum.

Deinde sublati 24. à 30. remaneant 6. & apponuntur numero inferiori; Similiter post subtractionem 30. à 40. qui residuus est numerus nempe 10. numero superiori ascribitur. Hinc jam constat proportio miscendorum, nempe 10. cantharis vini vilioris addendos esse 6. cantharos vini pretiosioris. Cantharus enim mistus erit 30. orarum. Quoniam vero quæritur de 60. cantharis vini tenuioris emendandis; igitur porro fit argumentatio: Ut residuum superius 10. ad inferius 6. ita 60. Canthari emendandi ad 36. Cantharos addendos ex vino nobiliori.

Ratione Examinis: *primò* inquiruntur pretia  
36. can-

36. cantharorum addendorum & 60. cantharorum vini emendandi, per probl. 78.

C. Nob. or. C. Nob. } C. Vil. or. C. Vil.

1. .... 40. .... 36. Fac. 45. th. | 1. .... 24. .... 60. Fac. 45. thal.

Deinde addantur 36. ad 60. itemq; 45. ad 45. & dicatur:

Cant. misti valent th. quanti C. m.

96 ——— 90 ——— 1. Facit 30. or. quod pretium statutò æquatur, adeoq; alligatio rectè est instituta.

II. Mercator duorum generum habet filiginem; unius lasta venit 52. alterius 45. Imperialibus. Cumq; lasta nobilioris carior videatur, remedium ex alligatione depromendum erit. Quæritur igitur, quantum vilioris filiginis addi debeat uni lastæ pretiosioris, ut lasta misti veneat 48. Imperialibus. Resp. Tonnx 32.

$$48 < \begin{array}{l} 52 \\ 45 \end{array} X \begin{array}{l} 3 \\ 4 \end{array} \left| \begin{array}{l} 3 \dots 4 \dots 1. \text{ Last.} \\ 24. \text{ Ton. Fac. } 32. \text{ T.} \end{array} \right.$$

*Examen.*

T. V. Imp. T. V. Imp.

24. .... 45. .... 32. .... 60.

Et pretiosioris T. 24. .... 52.

Ton.

Misti T. 56. .... 112. Im. 24. Fac. 48. Imp.

III. Aurifaber diversæ bonitatis argentum, cujus prioris semuncia emitur 50. oris; posterioris



sterioris vero 75. oris, mixturus est ita ut semuncia ematur 60. oris.

Quæritur quantum ex priori sit addendum 8. semunciis posterioris?

Sem. post.

$$60 \begin{array}{l} \swarrow 75 \\ \searrow 50 \end{array} X \begin{array}{l} 10 \\ 15 \end{array} | 10 \dots 15 \dots 8. \text{ Fac. } 12. 60.$$

muncias prioris addendas esse 8. semunciis posterioris generis argenti.

*Examen.*

Sem. or. S.

1 ..... 50 ..... 12 ..... 18 $\frac{3}{4}$ . Thal.

1 ..... 75 ..... 8 ..... 18 $\frac{3}{4}$ . Thal.

20 ..... 37 $\frac{1}{2}$ . Thal. -- 1. Sem. misti

Et redeunt 60. orz.

IV. Monetarius argenti massæ 21. marcarum, cujus bonitas est 7. lotonum, adjiciat cupit portionem argenti puri, cujus bonitas intrinseca est 16. lotonum. Quæritur primo additamentum ex puro, ut bonitas misti sit 14 $\frac{1}{2}$  lotonum? secundo quot Imperiales, neglectis recrementis, expectandi sint, cum 8. Imperiales ejusmodi marcâ conficiantur.

$$14\frac{1}{2} \begin{array}{l} \swarrow 7 \\ \searrow 16 \end{array} X \begin{array}{l} 1\frac{3}{4} \\ 7\frac{1}{2} \end{array} | 1\frac{3}{4} \dots 7\frac{1}{2} \dots 21. \text{ Marc.}$$

Facit 87. Marcas argenti puri

Puri 87. Marc.

7. Lot. 21. Marc.

Misti 108. Marc.

M. Imp.

M. Imp. M.

1 ..... 8 ..... 108. Facit 864. Imp.

*Examen.*

Marcæ 21 multiplicatæ per 7. dant 147. Lot. puri.

87.

16.

1392. Lot. puri.

Marc. 108

1539 -- 1. Marc.

Quorus reddit pretium statutum sive bonitatem 14 $\frac{1}{2}$ . lotonum.

*Observatio.*

Si in temperatura argenti additamentum ex cupro, auri ex argento & cupro, vini ex aquâ desumendum est; loco inferioris numeri alligandâ ponitur Cifra.

*Exempla.*

I. Detur vinum generosum, cujus mensura veneat 75. oris; Tanti autem vendi non possit: Quæritur quanta portione aquæ diluendum sit, ut mensuræ pretium fiat 60. orarum? 2

$$60 \begin{array}{l} \swarrow 75 \\ \searrow 0 \end{array} X \begin{array}{l} 60 \\ 15 \end{array} | 60 \dots 15 \dots 1. \text{ Mens.}$$

Facit  $\frac{2}{3}$ . aquæ addendam esse uni mensuræ vini generosi.

Et in examine hujusmodi exemplorum non opus est ut inquiratur pretium portionis addendæ, quia aqua nullius est pretij in alligatione. Igitur totum compositum ejusdem est pretij cum re temperanda. Hoc loco

M. 1 $\frac{1}{2}$ . constant 75. oris; ergo 1. M. 60. oris quod erat misti pretium statutum.

II. Au-

II. Aurifex ex argento, cujus bonitas  $14\frac{1}{2}$  Lotonum, confecturus est vas 12. marcarum, ita ut marcæ bonitas sit 13. lotonum. Quæritur quantum cupri addendum sit?

$$13 \begin{array}{c} \text{14}\frac{1}{2} \\ \text{0} \end{array} \text{X} \begin{array}{c} 13 \\ 1\frac{1}{2} \end{array} \Bigg| 13 \dots 1\frac{1}{2} \dots 12. \text{ Marc.} \\ \text{Facit } 1\frac{1}{2} \text{ Marc. cupri}$$

*Examen.*

Argentum 12 M. per  $14\frac{1}{2}$  mult. dant 174 lotones puri  
Cupri  $1\frac{1}{2}$  0

M. 13  $\frac{1}{2}$  continent lotones  $\frac{174}{13} = 13.46$  1. Marc.  
Facit 13. lotones.

III. Monetarius massam auri, cujus bonitas est 23. charatorum, temperare vult ita ut bonitas fiat 20. charatorum. Quæritur cupri & argenti portio marcæ addenda?

$$20 \begin{array}{c} 23 \\ \text{0} \end{array} \text{X} \begin{array}{c} 20 \\ 3 \end{array} \Bigg| 20 \dots 3 \dots 24. \\ \text{Facit } 3\frac{2}{3} \text{ char.}$$

*Examen.*

Additamentum  $3\frac{2}{3}$  char. & marcæ auri 24 charatorum efficiunt  $27\frac{2}{3}$  charata sive ceratia.  
Hinc

O. misti dant C. puri quot C. misti  
 $27\frac{2}{3} \text{ ————— } 23 \text{ ————— } 24. \text{ Facit } 20. \text{ char.}$

*Problema 89.*

*Dato*

**Dato communi valore misti:**  
duorum ad certum pondus vel mensuram commiscendorum proportionem cognoscere.

Numerorum alligandorum excessus vel defectus à communi pretio itidem subtrahatur, & alternatim notetur, uti in præcedenti problema-  
te. Argumentatio autem talis instituat:

Sicut se habet summa residuorum ad propositum pondus vel mensuram; ita se habet utrumq; residuum seorsim ad sui (numeri adstantis) portionem miscendam.

*Examen* hujus alligationis instituitur, si inquiratur pretium, vel purum sive argentum sive aurum in inventis portionibus miscendis contentum. Istius enim summa statutum pretium reddet.

*Exempla.*

I. Vas aliquod, in quo bonitas marcæ sit decem lotonum, conficiendum sit ex duabus massis argenti, quarum unius bonitas sit 9. lotonum, alterius 13. lotonum. Quæritur quantum ex utraq; massa sumendum sit ad constituendam marcæ? sive 16. semuncias?

$$16 \begin{array}{c} 13 \\ \text{9} \end{array} \text{X} \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \Bigg| 4 \dots 16. \text{ sem.} \dots 1. \text{ Fac. } 4. \text{ sem.} \\ \text{4} \dots 16. \text{ sem.} \dots 3. \text{ Fac. } 12. \text{ sem.}$$

*Pro-*

Sem. misti dant lor. puri quot sem. misti

$$\begin{array}{rcl} 16 & \text{---} & 13 & \text{---} & 4. \text{ Fac. } 3\frac{1}{4} \text{ lor. puri} \\ 16 & \text{---} & 9 & \text{---} & 12. \text{ Fac. } 6\frac{3}{4} \text{ lor.} \end{array}$$

Redit pretium propositum 10. Lor.

II. Oenopola venale habet vinum, unius generis à 36. or. alterius à 24. or. Quæritur quâ ratione ex utroq; miscendum sit dolium 60. cantharorum, quorum singuli 28. oris veneant

$$28 \begin{array}{c} 16 \\ 24 \end{array} X \begin{array}{c} 4 \\ 12 \end{array} | 12 \text{ -- } 60. \text{ Canth. -- } 4. \text{ Fac. } 20. C. \\ 12 \text{ -- } 60. \text{ Canth. -- } 8. \text{ Fac. } 40. C.$$

Probatio.

C. præst. or. C. præst.

$$1 \text{ --- } 36 \text{ --- } 20. \text{ Fac. } 22\frac{1}{2}. \text{ Thal.}$$

C. vil.

$$1 \text{ --- } 24 \text{ --- } 40. \text{ Fac. } 30. \text{ Thal.}$$

$$C. \text{ mist. } 60. \text{ --- } 52\frac{1}{2} \text{ Th. quâti 1. Canth.}$$

Facit 28. or.

III. Monetario duæ sunt massæ auri; unus marca ratione bonitatis intrinsecæ constat 24. charatis, alterius 18. charatis. Missione autem earum intendit aurum, cuius marca sit 23½ charatorum. Qv. quantum utriusq; generis ad constitutionem propositæ unius marcæ sit sumendum?

$$23\frac{1}{2} \begin{array}{c} 24 \\ 18 \end{array} X \begin{array}{c} 5\frac{1}{2} \\ 6 \end{array} | 6 \text{ --- } 24. \text{ ch. --- } 5\frac{1}{2}. \text{ Fac. } 22. \text{ Ch.} \\ 6 \text{ --- } 24. \text{ ch. --- } 1. \text{ Fac. } 2. \text{ Ch.}$$

Exa.

## Examen.

Cum portio superior sit aurum purum 22. charatorum; dico

ch. misti dant puri ch. quid ch. m.

$$24 \text{ --- } 18 \text{ --- } 2 \text{ Fac. } 1\frac{1}{2} \text{ ch. puri.}$$

Est igitur pretium statutū 1. Marcæ 23½ charat.

IV. Archimedes detecturus furtum in coronâ Hieronis ab artifice commissum, duas alias massas coronæ æquiponderantes conficiendas curavit, unam ex auro, alteram ex argento, quas una cum coronâ scorsim labro, ad summum aquâ repleto, immisit, effluentemq; altero vase subiecto diligentissimè excepit, teste Vitruvio lib. 9. c. 3.

Ponamus autem coronæ pondus fuisse 12. librarum (ut illa 2. Sam. 12. v. 30. statuitur à Buntingio) eamq; expulisse aquæ oxybapha 13. massam auream 12. oxybapha, argenteam 18. Quæritur quantum aurifaber surripuerit & quantum argenti substituerit?

Medius numerus est 13. ergo ei alligantur duo extremi hoc modo:

$$13 \begin{array}{c} 12 \\ 18 \end{array} X \begin{array}{c} 5 \\ 6 \end{array} | \begin{array}{c} 6 \text{ --- } 12 \text{ L. --- } 5 \text{ --- } 10 \text{ Libr.} \\ 6 \text{ --- } 12 \text{ L. --- } 1 \text{ --- } 2 \text{ Libr.} \end{array}$$

Summa 6

Dico aurifabrum 2. libras auri sustulisse & tantundem argenti substituisse, quod taliter probo: Libræ auri 12. ejiciunt oxyb. 12. E. 10 L. oxyb. 10. Et L. arg. 12. ejiciunt oxyb. 18. E. 2 L. oxyb. 3. Sic redeunt pro medio numero assumpta ox. 13.

K

Obfer-

*Observatio.*

In alligatione argenti puri & cupri, quoniam numeri alligandi sunt 16. & 0. Igitur ipsi residua absq; ulteriori calculo statim utriusq; generis portionem miscendam indicant. Ut Ad marcā misti argenti  $13\frac{1}{2}$ . lotonum, quantum requiritur argenti puri & cupri?

$$13\frac{1}{2} < \begin{matrix} 16 \\ 0 \end{matrix} X \begin{matrix} 13\frac{1}{2} \\ 2\frac{1}{2} \end{matrix} \text{ Resp. } \begin{cases} 13\frac{1}{2} \text{ sem. puri arg.} \\ 2\frac{1}{2} \text{ sem. cupri.} \end{cases}$$

*Problema 90.*

**Duarum rerum miscendarum**  
alteram, manente ejus mensura vel potius  
dere dato in melius aut vilius com-  
mutare.

Valor communis iterum à sinistris collocatur; à dextris autem pretio rei mutandæ subijciatur pretium rei, ex qua particula mutans desumitur; factâq; subtractione & differentiarum alterna collocatione dicatur: Ut summa differentiarum ad pondus vel mensuram rei mutandæ, ita residuum inferius ad portionem ex priori re demendam & ex posteriori restituendam.

*Examen*

Examen hujus cum examine precedentis problematis proximè coincidit.

*Exempla.*

I. Monetarius massam argenti 15. marcarum, cujus bonitas est 14. lotonum, in vilius nempe 11. lotonum cupri substitutione mutare cupit. Quæritur quantum argenti istius sit demendum, & quantum cupri restituendum, ut idem pondus 15. marcarum in misto retineatur?

$$11 < \begin{matrix} 14 \\ 0 \end{matrix} X \begin{matrix} 11 \\ 3 \end{matrix} \mid 14 \dots 15. \text{ Marc.} \dots 3$$

Fac.  $3\frac{1}{4}$  marcas argenti esse auferendas, &  $3\frac{1}{4}$  marc. cupri substituendas.

*Examen.*

|                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| Ex 15 M. dati nob. arg.    | M. dati Lot. puri M. dati |
| subtr. $3\frac{1}{4}$      |                           |
| rem. $11\frac{1}{4}$ Marc. | 1 — 14 — $11\frac{1}{4}$  |
|                            | Fac. 165. Lotones puri.   |

Porro ad  $11\frac{1}{4}$  Marc. argenti remanentis addantur cupri  $3\frac{1}{4}$  Marcæ; fiunt 15. Marcæ misti. Hinc dicatur

$$15 \text{ — } 165 \text{ — } 1 \text{ Fac. 11. Lot.}$$

II. Alius habet 24. Marcas argenti à 9. lotonibus & portionis ejus permutatione cum argento puro desiderat argentum 12. lotonum; Quæritur quanta sit portio permutanda?

K 2

12

$$12 < \begin{array}{l} 9X4 \\ 16 \end{array} \left| \begin{array}{l} 7 \dots 24. \text{ Marc.} \dots 3 \\ \text{Fac. } 10\frac{2}{3}. \text{ Marc.} \end{array} \right.$$

*Examen.*

Ex datis Marcis 24. M. dant Lot. puri quid M.  
 Subtrahantur M.  $10\frac{2}{3}$  24 — 288 — 1

M. Lot. p. M. Lot.

1 ... 9 ...  $13\frac{5}{7}$  F.  $12\frac{3}{7}$

M.p. Lot. M.p.

1 ... 16 ...  $10\frac{2}{3}$  F.  $164\frac{2}{3}$

Summa 288. L.

Facit 12. Lotones quod  
 erat pretium statutum.

*Problema 91.*

Datis tribus vel pluribus numeris, quorum unus statuto pretio vel major vel minor est, rerum ad certum pondus vel mensuram miscendarum proportionem investigare.

Numeri alligandi cum statuto pretio itidem conferantur; residuum vero numeri statuto pretio vel majoris vel minoris reliquis adscribatur. Et contra reliquorum residua (pro unico dehinc accipienda) adscribantur dato majori vel minori. Hoc facto tum operatio tum examen instituitur per probl. 89.

*Exempla.*

I. Dantur tria genera argenti, A 5. B 7. C 10. lotonum. Queritur ad constituendam marcem 6. lot.

6. lotonum, quantum cujusq; generis sit sumendum?

$$6 \left( \begin{array}{l} 5 \\ 7 \\ 10 \end{array} \right) X \begin{array}{l} 4.1. \\ 1 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 7 \dots 16 \dots 5. \text{ Fac. } 11\frac{3}{7} \text{ Sem. A.} \\ 7 \dots 16 \dots 1. \text{ Fac. } 2\frac{2}{7} \text{ B.} \\ 7 \dots 16 \dots 1. \text{ Fac. } 2\frac{2}{7} \text{ C.} \end{array} \right.$$

7 16

*Examen.*

In 16. sem. A sunt 5. L. p. quot in  $11\frac{3}{7}$  sem. A. F.  $3\frac{3}{4}$  L.

16. sem. B. sunt 7. L. puri —  $2\frac{2}{7}$  sem. B. F. 1 L.

16. sem. C. sunt 10. L. p. —  $2\frac{2}{7}$  sem. C. F.  $1\frac{3}{7}$  L.

Pretium statutum 6 Lot.

II. Aurifaber ex quadruplici argento, cujus massa A  $8\frac{1}{2}$  Lot. B. 9. C  $10\frac{3}{4}$  & D 12. Lotonum, confecturus est opus 12. Marcarum, cujus indicatura sit  $11\frac{3}{4}$  Lotonum. Queritur, quantum cujusq; generis sumendum sit?

Resp. Ex massa A  $2\frac{2}{7}$  Marc. B  $2\frac{2}{7}$  M. C  $2\frac{2}{7}$  M. D  $18\frac{2}{3}$  M.

$$11\frac{3}{4} \left( \begin{array}{l} 8\frac{1}{2} \\ 9 \\ 10\frac{3}{4} \\ 12 \end{array} \right) X \begin{array}{l} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} \end{array} \left| \begin{array}{l} 3\frac{1}{4} \\ 2\frac{2}{4} \end{array} \right. \text{ I.}$$

Summa  $7\frac{1}{4}$

$7\frac{1}{4}$  — 20. M. —  $\frac{1}{4}$  Fac.

$7\frac{1}{4}$  — 20. M. —  $\frac{1}{4}$

$7\frac{1}{4}$  — 20. M. —  $\frac{1}{4}$

$7\frac{1}{4}$  — 20. M. — 7

K 3

$2\frac{2}{7}$  M. ex A.

$2\frac{2}{7}$  M. ex B.

$2\frac{2}{7}$  M. ex C.

$18\frac{2}{3}$  M. ex D.

Exa.

*Examen.*

| Marca misti dat Lot. p. quid M.   M. L.                         |                           |  |
|---|---------------------------|--|
| 1 ——— 2 $\frac{1}{2}$ ——— 2 $\frac{1}{4}$                       | 1 — 9 — 2 $\frac{1}{4}$   |  |
| Facit 5 $\frac{1}{4}$ Lot. puri   Facit 5 $\frac{1}{4}$ Lot. p. |                           |  |
| M. Lot. M.   M. L.  |                           |  |
| 1 ——— 10 $\frac{3}{4}$ ——— 2 $\frac{1}{4}$                      | 1 — 12 — 18 $\frac{1}{4}$ |  |
| Facit 6 $\frac{3}{4}$ Lot.   Facit 216 $\frac{3}{4}$ Lot.       |                           |  |

Hi quatuor numeri inventi colligantur in unam summam, quæ est 235. Lot. ac porro dicatur:

Marca continent Lotones puri, quid Marca  
 20 ————— 235 ————— 1.  
 Facit 11 $\frac{3}{4}$  Lotones

*Problema 92.*

Dato communi valore misti,  
 duobus alligandis additamentum  
 tertij attemperare.

Inquiratur primò valor unius mensuræ vel ponderis duarum rerum alligandarum; hic deinde una cum valore additamenti alligetur ad communem valorem misti, & fiat solutio per Probl. 88.

Uti: Monetarius 13 $\frac{1}{4}$  marcas argenti 8. lotonum & 16 $\frac{1}{2}$  marcas 12. lotonum viliori 6. lotonum reducturus est in argentum 9 $\frac{1}{2}$  lotonum. Quæritur, quantum ex hoc tertio genere argenti prioribus duabus massis sit addendum? 13 $\frac{1}{4}$

13 $\frac{1}{4}$  Marcæ per 8. multip. dant 110. Lot. puri  
 16 $\frac{1}{4}$  12 195

30. Marcæ ——— continent 305. L. quoti. M.  
 Facit 10 $\frac{1}{2}$  lotones, & est valor 1. Marcæ duarum massarum. His præmissis succedit alligatio juxta probl. 88.

9 $\frac{1}{2}$  < 10 $\frac{1}{2}$  X 3 $\frac{1}{2}$  | 3 $\frac{1}{2}$  — 5 — 30. Marc.  
 6 2 $\frac{1}{2}$  Facit 7 $\frac{1}{2}$  Marcas argenti 6. lotonum addendas esse reliquis duabus massis.

*Examen.*

Dux massæ 30. marc. habent 305. lotones puri.  
 Tertij gener. 7 $\frac{1}{2}$  M. continent 45. Lot. p.

In misto 37 $\frac{1}{2}$  Marcarum sunt 350. — quid in 1. M. misti  
 Facit 9 $\frac{1}{2}$  Lotones puri. Redit igitur pretium statutum.

*Problema 93.*

Datis quatuor numeris alligandis, quorum duo sunt statuto pretio majores, duoq; simul eodem minores, rerum miscendarum proportionem investigare.

Conferantur itidem numeri alligandi cum statuto pretio: residua vero (1) extremorum inter se & mediorum etiam inter se permutentur. Vel (2) minoris numeri deficientis differentia

apponatur minori excedenti, majorisq; majori & contra. Vel (3) deficientis majoris (numeri enim alligandi respectu statuti pretij hic vocantur excedentes vel deficientes) differentia utrisq; excedentibus, minoris autem differentia excedenti majori adscribatur & contra: Vel (4) deficientis minoris residuum utrisq; excedentibus apponatur, sed majoris residuum juxta excedentem minorem scribatur, & vicè versâ. Hoc factum operatio tum examen juxta probl. 89. instituitur.

*Exempla.*

I. Monetarius quadruplex argentum, videlicet A 7. B. 8. C 10. & D. 12. lotonum mixturus est ita ut fiat 9. lotonum. Quæritur quantum ex singulis generibus ad unam marcâ requiratur?

*Mod. 1.*

$$\begin{array}{r|l}
 7 & 3 \\
 8 & 1 \\
 10 & 1 \\
 12 & 2
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 7 \dots 16. \text{ sem.} \dots 3. \text{ Fac. sem. } 6\frac{5}{8} \text{ ex A} \\
 7 \dots 16. \text{ sem.} \dots 1. \text{ Fac. sem. } 2\frac{3}{4} \text{ ex B} \\
 7 \dots 16. \text{ sem.} \dots 1. \text{ Fac. sem. } 2\frac{3}{4} \text{ ex C} \\
 7 \dots 16. \text{ sem.} \dots 2. \text{ Fac. sem. } 4\frac{4}{8} \text{ ex D}
 \end{array} \right.$$

Summa 7                      Sem. 16.

*Examen.*

Ex A. 16 Sem. dant 7. Lot. p. quid  $6\frac{5}{8}$  sem F. 3. Lot.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{B. 16} & \text{— 8 —} & 2\frac{3}{4} \text{ — } 1\frac{3}{4} \\
 \text{C. 16} & \text{— 10 —} & 2\frac{3}{4} \text{ — } 1\frac{3}{4} \\
 \text{D. 16} & \text{— 12 —} & 4\frac{4}{8} \text{ — } 3\frac{3}{4}
 \end{array}$$

Redit pretium statutum 9. Lot.

*Mod.**Mod. 2.*

$$\begin{array}{r|l}
 7 & 1 \\
 8 & 3 \\
 10 & 2 \\
 12 & 1
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 7 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 1. \text{ Fac. sem. } 2\frac{3}{4} \text{ ex A} \\
 7 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 3. \text{ Fac. sem. } 6\frac{5}{8} \text{ ex B} \\
 7 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 2. \text{ Fac. sem. } 4\frac{4}{8} \text{ ex C} \\
 7 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 1. \text{ Fac. sem. } 2\frac{3}{4} \text{ ex D}
 \end{array} \right.$$

*Examen.*

In 16. sem. A. sunt 7. Lot p. quid in  $2\frac{3}{4}$  f. F. 1. Lot.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{16. B.} & \text{— 8 —} & 6\frac{5}{8} \text{ f. F. } 3\frac{3}{4} \text{ L.} \\
 \text{16. C.} & \text{— 10 —} & 4\frac{4}{8} \text{ f. F. } 2\frac{3}{4} \text{ L.} \\
 \text{16. D.} & \text{— 12 —} & 2\frac{3}{4} \text{ f. F. } 1\frac{3}{4} \text{ L.}
 \end{array}$$

Redit pretium statutum 9. Lot.

*Mod. 3.*

$$\begin{array}{r|l}
 7 & 3. \\
 8 & 1. 3. \\
 10 & 1. \\
 12 & 2. 1.
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 11 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 3. \text{ F. sem. } 4\frac{4}{8} \text{ ex D} \\
 11 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 4. \text{ F. sem. } 5\frac{1}{8} \text{ ex B} \\
 11 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 1. \text{ F. sem. } 1\frac{1}{8} \text{ ex C} \\
 11 \text{ — } 16 \text{ sem. — } 3. \text{ F. sem. } 4\frac{4}{8} \text{ ex D}
 \end{array} \right.$$

Summa 11.

*Examen.*

Ex A. 16. sem. cont. 7. L. quid sem.  $4\frac{4}{8}$  F.  $1\frac{1}{8}$  Lot.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{B. 16} & \text{— 8. —} & 5\frac{1}{8} \text{ F. } 2\frac{1}{8} \\
 \text{C. 16} & \text{— 10. —} & 1\frac{1}{8} \text{ F. } 0\frac{1}{8} \\
 \text{D. 16} & \text{— 12. —} & 4\frac{4}{8} \text{ F. } 3\frac{3}{8}
 \end{array}$$

Redit pretium statutum 9. Loton.

K 5

*Mod.*

## Mod. 4.

|   |   |    |       |   |
|---|---|----|-------|---|
| 9 | ( | 7  | 3. l. | 10—16 sem.—4 Fac.sem. $6\frac{2}{3}$ ex A |
|   |   | 8  | 1.    | 10—16 sem.—1 Fac.sem. $1\frac{2}{3}$ ex B |
|   |   | 10 | 2. 1. | 10—16 sem.—3 Fac.sem. $4\frac{2}{3}$ ex C |
|   |   | 12 | 2.    | 10—16 sem.—2 Fac.sem. $3\frac{2}{3}$ ex D |

Summa 10.

## Examen

In 16 sem. A sunt 7. Lot. p. quid in sem.  $6\frac{2}{3}$  F.  $2\frac{2}{3}$  L.

|            |         |                    |                |
|------------|---------|--------------------|----------------|
| 16. B. ——— | 8. ———  | $1\frac{2}{3}$ ——— | $0\frac{4}{5}$ |
| 16. C. ——— | 10. ——— | $4\frac{2}{3}$ ——— | 3.             |
| 16. D. ——— | 12. ——— | $3\frac{2}{3}$ ——— | $2\frac{2}{3}$ |

Redit pretium statutum 9. L.

II. Oenopola quatuor habet vini generi  
 primi mensura venditur 40. oris, secundi 30. tertij  
 20. quarti 12. Hisce dolium, 100. mensuras ex  
 piens, vult implere, ita ut mensura veneat 24  
 oris, Qv. quantum ex singulis generibus sumen  
 dum sit?

## Mod. 1.

|    |   |    |    |  |
|----|---|----|----|--|
| 24 | ( | 40 | 6  | 32—100. Mens. — 6. F. $18\frac{3}{4}$ M. pr. |
|    |   | 30 | 4  | 32—100 ——— 4. ——— $12\frac{3}{4}$ sec.       |
|    |   | 20 | 6  | 32—100 ——— 6. ——— $18\frac{3}{4}$ tertij     |
|    |   | 12 | 16 | 32—100 ——— 16. ——— 50. quartj                |

Summa 32

100.

Ex

## Examen.

|  |                              |
|--|------------------------------|
| Mens. 1 venit 40. or. ergo $18\frac{3}{4}$ | Mens. Thal. 23 $\frac{7}{8}$ |
| 1. — 30 ——— $12\frac{3}{4}$                | 11 $\frac{3}{4}$             |
| 1. — 20 ——— $18\frac{3}{4}$                | 11 $\frac{3}{4}$             |
| 1. — 18 ——— 50                             | 28 $\frac{1}{8}$             |

Summa 75. Th.

100. Mens. mistæ veneunt 75. Thal. ergo 1.  
 Mens. 24. oris, quod erat pretium statutum.

## Mod. 2.

|    |   |    |    |   |
|----|---|----|----|---|
| 24 | ( | 40 | 4  | 32—100. Mens. — 4. Fac. $12\frac{3}{4}$ Mens. |
|    |   | 30 | 6  | 32—100 ——— 6. — $18\frac{3}{4}$               |
|    |   | 20 | 16 | 32—100 ——— 16. — 50                           |
|    |   | 18 | 6  | 32—100 ——— 6. — $18\frac{3}{4}$               |

32

Examen ex præcedentibus constar.

## Mod. 3.

|    |   |    |        |   |
|----|---|----|--------|---|
| 24 | ( | 40 | 6.     | 44—100 Mens. 6. F. 13 $\frac{7}{8}$ Mens. |
|    |   | 30 | 6. 4.  | 44—100 ——— 10. F. 22 $\frac{1}{8}$        |
|    |   | 20 | 6.     | 44—100 ——— 6. F. 13 $\frac{7}{8}$         |
|    |   | 18 | 6. 16. | 44—100 ——— 22. F. 50.                     |

44

100. Mens.

## Mod. 4.

|    |   |    |        |  |
|----|---|----|--------|--|
| 24 | ( | 40 | 6. 4.  | 52—100 Mens. 10 F. 19 $\frac{7}{8}$ M. |
|    |   | 30 | 4.     | 52—100 Mens. 4 F. 7 $\frac{2}{3}$      |
|    |   | 20 | 6. 16. | 52—100 Mens. 22 F. 42 $\frac{1}{4}$    |
|    |   | 18 | 16.    | 52—100 Mens. 16 F. 30 $\frac{1}{4}$    |

Summa 52.

Summa 100. M.

111.



III. Pharmacopola mixturæ est piper, ginger, saccharum & cinnamomum ad quinquaginta uncias. Uncia piperis valet 2. oris, gingeris 3. sacchari 6. cinnamomi 8. oris. Uncia vero misti futura est 5. orarum. Quorigitur unciz piperis, quot gingeris, quot sacchari, quot cinnamomi sumendæ sunt?

Facit

Pip.  $16\frac{2}{3}$  vel P.  $5\frac{5}{8}$  vel P.  $10\frac{5}{8}$  vel P.  $15\frac{1}{4}$

Ging.  $5\frac{5}{8}$  G.  $16\frac{2}{3}$  G.  $14\frac{2}{3}$  G.  $3\frac{1}{2}$

Sacc.  $11\frac{1}{2}$  S.  $16\frac{2}{3}$  S.  $7\frac{1}{2}$  S.  $19\frac{1}{2}$

Cin.  $16\frac{2}{3}$  C.  $11\frac{1}{2}$  C.  $17\frac{1}{2}$  C.  $11\frac{1}{2}$

Sum. 50. une. 50. 50. 50.

### Observatio.

Si numerus aliquis cum pluribus alligetur ad medium; è regione ejus plures quoque notantur differentiæ. Hæ verò in unam summam sunt conjiciendæ, ut unica quasi differentia oriatur ad proportionem concludendam.

Utin modo tertio exempli primi hujus problematis alligantur 8. cum 10. & 12. igitur duæ existunt differentiæ è regione 8 scribendæ; quarum loco deinde in argumentationis secundæ termino tertio ponitur summa 4.

### Problema 94.

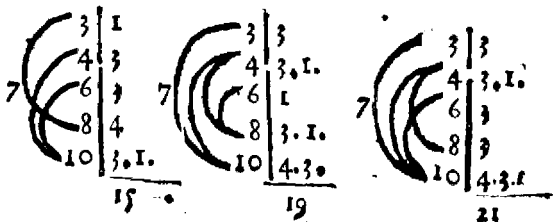
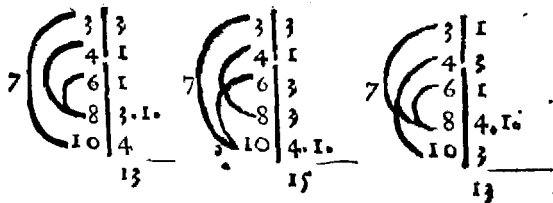
Datis quinque numeris alligandis, quorum duo sunt statuto pretio vel majores vel minores; rerum miscendarum proportionem investigare.

Tri

Trium minorum numerorū, qui medio siue statuto pretio est proximus, alligetur ad reliquorum duorum maximum vel minimum; & viceversa, trium majorum medio proximus alligetur ad reliquorum minimum vel maximum. Cum reliquis perficiatur alligatio juxta probl. 92.

Monetarius quinque habet massas argenti diversorum generum, nempe A. est 3. Lotonum, B. 4. Lot. C. 6. Lot. D. 8. Lot. E. 10. Lot. Ex hisce mixturæ est 30. semuncias, quarum indicatura sit 7. Lotonum. Quæritur quantum ex singulis generibus sit sumendum?

Primum alligatio fit octo modis juxta ductum sequentium diagrammatum.



|   |  |
|---|--|
| $  \begin{array}{r}  7 \quad \begin{array}{c} \text{3} \\ \text{4} \\ \text{6} \\ \text{8} \\ \text{10} \end{array} \begin{array}{c}   \\   \\   \\   \\   \end{array} \begin{array}{c} 3.1. \\ 1 \\ 1 \\ 4 \text{ } 3.1. \\ 4 \end{array} \\  \hline  18  \end{array}  $ | $  \begin{array}{r}  7 \quad \begin{array}{c} \text{3} \\ \text{4} \\ \text{6} \\ \text{8} \\ \text{10} \end{array} \begin{array}{c}   \\   \\   \\   \\   \end{array} \begin{array}{c} 3.1. \\ 1 \\ 3 \\ 4 \text{ } 3. \\ 4.1. \end{array} \\  \hline  20  \end{array}  $ |
|---|--|

Deinde portiones miscendæ inveniuntur & examinantur beneficio probl. 89. ut in primo modo:

Sem.

|               |                                       |      |
|---------------|---------------------------------------|------|
| $13 - 30 - 3$ | Facit ex A. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | Sem. |
| $13 - 30 - 1$ | Facit B. $2\frac{4}{7}$               |      |
| $13 - 30 - 1$ | Facit C. $2\frac{2}{7}$               |      |
| $13 - 30 - 4$ | Facit D. $9\frac{1}{7}$               |      |
| $13 - 30 - 4$ | Facit E. $9\frac{2}{7}$               |      |

Summa 30. Semunc.

Similiter in reliquis modis deprehendo sumendas

|         |                              |                     |
|---------|------------------------------|---------------------|
| II.     | III.                         | IV.                 |
| Ex A. 6 | Velex A. $2\frac{2}{7}$      | Vel ex A. 2 Semunc. |
| B. 2    | B. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | B. 6                |
| C. 6    | C. $2\frac{4}{7}$            | C. 6                |
| D. 6    | D. $11\frac{2}{7}$           | D. 8                |
| E. 10   | E. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | E. 8                |

|                                     |                          |                                    |
|-------------------------------------|--------------------------|------------------------------------|
| V.                                  | VI.                      | VII.                               |
| Vel ex A. $4\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ | Vel ex A. $4\frac{2}{7}$ | Velex A. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$ |
| B. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$        | B. $5\frac{2}{7}$        | B. $11\frac{2}{7}$                 |
| C. $1\frac{1}{7}\frac{2}{7}$        | C. $4\frac{2}{7}$        | C. $1\frac{1}{7}\frac{2}{7}$       |
| D. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$        | D. $4\frac{2}{7}$        | D. $13\frac{1}{7}\frac{2}{7}$      |
| E. $11\frac{2}{7}$                  | E. $11\frac{2}{7}$       | E. $6\frac{1}{7}\frac{2}{7}$       |
| $\hline 30$                         | $\hline 30$              | $\hline 30$                        |

VIII.

Velex A. 6

B.  $1\frac{1}{2}$

C.  $4\frac{1}{2}$

D.  $10\frac{1}{2}$

E.  $7\frac{1}{2}$

$\hline 30$

Conferatur Arithmetica Clavii pag. 321 exempl. 3.

*Problema 95.*

Datis rerum miscendarum,  
pretiis communem valorem  
invenire.

Alstedius Encycl. lib. 14. cap. 19. hanc vocat  
alligationem secundam, quæ perficitur hoc  
modo:

Rerum miscendarum mensuræ vel pondera  
ducantur in sua pretia, factorumq; summa  
sta-

statuatur secundo Regulæ trium loco; primo autem summa datorum ponderum vel mensurarum, tertioq; mensura vel pondus quæsitum

E.g.

Pharmacopola mixturus est Cinnamomi 9. semuncias à 20. oris, Caryophylli 5. semuncias à 16. oris, Gingiberis 6. semuncias à 3. oris. Quæritur pretium 3. semunciarum misti?

|   |     |    |  |     |
|---|-----|----|--|-----|
| 9 | --- | 20 |  | 180 |
| 5 | --- | 16 |  | 80  |
| 6 | --- | 3  |  | 18  |

20 Sem. = 273. or. 3 Sem. Facit 4170 or.

## CAP. XVI.

### De Regulâ Falsi seu positionum.

Regulâ Falsi est, quæ loco quæsitæ assumit numeros quoscunque, & iis secundum propositionis tenorem diductis verum numerum investigat.

[Dicitur Regulâ Falsi non ratione termini vel effecti quod falsum doceat; sed ratione principii vel causæ, quod ex positæ & per hypothesein assumptis falsis numeris verum producat. Unde etiam aliàs vocatur Regulâ Positionum & Hypotheses. Eam primitus fortuito inventam esse & inductione potissimum corroboratam colligit Sciselmus in Arithm. pag. m. 94. & seqq. Pitsæm verò in lib.

lib. 5. Trigonometriæ eam solidis fundamentis superstructam demonstrat.

Statui solet duplex: alia unius positionis, alia duarum positionum. Sed prioris usus non ita latè patet; igitur eadem silentio præterire placuit ad exemplum aliorum Arithmeticorum.]

In Regulâ Falsi notetur numerorum appellatio, ipsa operatio & probatio.

Quantum ad appellationem: Numerus assumptus dicitur Hypothesis sive Positio; At defectus à vero (cujus signum M. vel - id est Minus) itemq; excessus (cujus signum P. vel + id est Plus) dicitur Error. Datorum numerorum principalis vocetur scopus.

Ratione operationis docet

### Problema 96.

Ex falsis Positionibus verum numerum quæsitum eruere.

Loco quæsitæ ponatur sive assumatur aliquis numerus, conditiones quæstionis facillimè admittens; is secundum quæstionis præscriptum examinetur, donec cum scopo congruere vel non congruere deprehendatur.

Si congruit cum scopo; numerus assumptus est is, qui quæritur. Si vero non congruit; inventus ille & scopus ab invicem subtrahantur, & juxta hypothesein scribatur error cum signo P. vel + si inventus excedat scopum; vel cum signo M. vel - si inventus deficiat à scopo.

L

Dein.

Deinde assumitur alia hypothesis, quæ similiter juxta tenorem quæstionis examinatur, & priori hypothesis una cum errore suo subscribitur.

Hoc facto, decussatim multiplicentur hypotheses per errores, & producti numeri sibi subjiciantur. Tum inspiciantur signa; quæ si fuerint similia, producti ab invicem subtrahantur, itemq; errores; Differentia vero productorum dividatur per differentiam errorum; Quotus exhibet verum numerum quæsitum.

Sin fuerint signa dissimilia; producti sibi invicem addantur, itemq; errores; Summa vero productorum dividatur per summam errorum. Sic Quotus iterum est verus numerus quæsitus. Conf. Neufille Arithm. pag. 634.

## EXEMPLA.

I. Alexander Magnus quodam die in familiaris colloquio, quod cum Callisthene Philosopho instituerat, incidit in mentionem ætatum, dicens. Ego Ephestionem duobus supero annis; Clytus vero nostram amborum ætatem complectitur & insuper 4. annos. Ad hæc Callisthenes: Jucunda est mihi, ô Rex, inquit, ista commemoratio ætatum. Patris enim memoriam renovavit, qui cum 96. annos vixisset trium vestrorum ætates compleverat. Quæritur quot annos tunc habuerit Alexander? quot Ephestion? quot Clytus?

Quoniam hoc loco tres quærendi sunt numeri, quorum primus secundum excedat binario, &

tertius duos priores collectos superet quaternario; summa vero omnium trium sit 96. Igitur pono Alexandrum tunc habuisse annos 18. Ergo Ephestion habuit 16. annos, quippe minor erat Alexandro annis duobus. Et Clytus habuit annos 32, qui collecti efficiunt annos 72. At debebant constituere 96. ideoque deficiunt 24.

Deinde pono Alexandrum habuisse 20. annos. Ergo Ephestion habuit 18. & Clytus 42. Ex quibus colliguntur 80. iterumq; deficiunt 16. Cum igitur assumptæ hypotheses non congruant cum scopo 96. Hypotheses sibi subjiciuntur, & singulis una cum signo adscribuntur sui errores hoc modo:

|                |                     |  |
|----------------|---------------------|--|
| Hypoth.        | Error.              | Porro ductis 20. in 24. produ-                   |
| 18             | X <sup>24. M.</sup> | cuntur 480. Itemq; ductis 16.                    |
| 20             | X <sup>16. M.</sup> | in 18. producuntur 288. Jam                      |
| Productus      | 480.                | quia signa sunt similia (nempe                   |
| Proprius       | 288.                | Minus & Minus) subtrahun-                        |
| diff. pr. 192. | (24.                | tur à se producti 288. à 480.                    |
| diff. er. 8    |                     | & remanent 192. Similiter à se                   |
|                |                     | subtrahuntur errores 16. à 24.                   |
|                |                     | & relinquuntur 8. Tandem differentiâ produ-      |
|                |                     | ctorum 192. divisâ per differentiam errorum 8.   |
|                |                     | Quotus oritur 24. Hinc dico Alexandrum tunc      |
|                |                     | habuisse annos 24. Ephestionem 22. & Clyt. 50.   |
|                |                     | Eodem modo poni potest ætas Alexandri 28.        |
|                |                     | & Ephestionis ætas erit 26. Clyti vero 58. anno- |
|                |                     | rum, quorum summa 112. aberrat à scopo 96. ex-   |

cessu 16. Rursus statuatur Alexander 30. annorum; eritq; Ephestion 28. & Clytus 62. qui collecti faciunt 120. & dant excessum 24. Hinc

|              |     |           |            |                 |
|--------------|-----|-----------|------------|-----------------|
| Hypoth. Err. | 672 | 24        | 192        | (24. Anni       |
| 28 X 16. P.  | 480 | 16        | 8          | Alexand.        |
| 30 X 24. P.  |     |           |            |                 |
| 672          | 480 | 192       | 8          | Clyt. 50.       |
|              |     | diff. pr. | diff. err. | ergo Ephest. 22 |

At si ponamus Alexandrum tunc habuisse 18. annos. Ergo Ephestion habuit 16. & Clytus 38. Summa trium est 72. & deficit à scopo 24. annis. Deinde ponamus Alexandri ætatem fuisse 28. annorum. Erit igitur ætas Ephestionis 26. & Clyti 58. unde colliguntur 112. anni excedentes scopum 16. Hic multiplicatio quidem fit ut ante. verum quia errorum signa sunt dissimilia, igitur adduntur producti. adduntur etiam errores.

|           |     |            |           |
|-----------|-----|------------|-----------|
| Hyp. Err. | 672 | 24         |           |
| 18 24. M. | 288 | 16         | 960 (24   |
| 28 16. P. |     |            | 40        |
| 288       | 672 | 960        | 40        |
|           |     | Sum. prod. | Sum. err. |

Et summa productorū 960. divisa per summam errorum 40. in quoto exhibet veram ætatem Alexandri 24. annorum; Ergo Ephestion habuit 22. Clytus vero 50. annos.

Probationis loco Quotus juxta tenorem questionis propositæ examinetur, & cum scopo congruere deprehendetur, ut in proposito exemplo ex 24. 22. 50. constituuntur 96.

II. Qui

II. Quidam habet duo pocula argentea & operculum 11. aureorum, quod additum priori poculo facit ejus pretium quadruplum pretii posterioris; additum vero posteriori facit ejus pretium triplum pretii prioris. Quanti igitur æstimantur duo illa pocula?

Fingo prioris poculi pretium esse 13. aur. Huic igitur si addatur operc. quod valet 11. aur. Pretium prioris poculi & operculi erit 24. aur. Quod cum dicatur quadruplum poculi posterioris, hujus pretium erit .... 6 aur. Eligitur addatur operculum .... 11 aur.

Et pret. posterioris poculi & operc. erit 17 aur. Sed hoc non est triplum pretium poculi prioris 13. aur. Nam ter 13. sunt 39. deficiunt igitur 22.

Deinde fingo poculum prius valere 17 aur. Igitur accedente operculo .... 11 aur.

Prius poculum cum operculo valebit .... 28 aur.

At hoc pretium est quadruplum poculi posterioris, ergo hoc poculum posterius valet .... 7 aur.

Addatur operculum .... 11 aur.

& pret. poculi poster. cum operculo erit 18 aur.

Sed debebat esse 51. aur. nampe triplum pretii prioris 17. aureorum, adeoque deficiunt 33.

Jam continuetur operatio ut in I. exemplo.

|             |     |             |            |
|-------------|-----|-------------|------------|
| Hyp. Error. | 429 | 33          |            |
| 13 X 22. M. | 374 | 22          | 55 (5      |
| 17 X 33. M. |     |             | 11         |
| 374         | 429 | 55          | 11         |
|             |     | diff. prod. | diff. err. |

Respondeo igitur, poculum prius æstimari 5 aureis, posterius 4 aureis.

*Examen.*

Pretium poculi prioris est .... 5. aureorum  
huic addatur pretium operculi .... 11. aur.  
& constat poc. prius una cum operc. 16. aureis.  
Sed hoc pretium est quadruplum posterioris:  
Ergo poculum posterius valebit .... 4. aureis  
Addatur eidem operculum .... 11. aur.  
& pret. poculi secundi cum operc. erit 15. aur.  
Hoc igitur est triplum primi 5. aur. ut fuit propositum.

III. Mulus & asina ferebant utres vini. Ille ait asinæ, si de tuo mihi dederis unam mensuram, tui reliqui duplum tulerō. Sin autem de meo unam mensuram sumpseris, æqualia feremus. Queritur quot mensuras mulus, quot asina gestaverit?

| Primo.  | Secundo. |
|---|----------|
| Pono mulum gestasse 6 M.                                | 9 Mens.  |
| His ex onere Asinæ add. 1                               | 1        |
| & mulus feret .... 7                                    | 10       |
| cujus oneris semissis 3½                                | 5        |
| Est reliquum asinæ, cum muli onus hujus dicatur duplum. |          |
| Antea igitur asina tulit 4½                             | 6        |
| his add. ex onere muli 1                                | 1        |
| fiunt mensuræ ... 5½                                    | 7        |
| Arguentes æquale onus Asinæ & Muli.                     |          |

At ex Mensuris muli 6 | 9 Mens.  
si dematur .... 1 | 1  
remanent .... 5 | 8  
Ergo hypothesis 6 dat P. ½ | Hyp. 9. dat M. 1.  
Jam multiplicationis gratiâ numeri missi redigantur ad formam purarum fractionum per Probl. 17, integris subjungendo unitatem, & per Probl. 28. producantur ⅙ ⅝ addendæ propter dissimilia signa. Igitur per Probl. 19. prius reducantur ad eandem denominationem 1⅔ ⅝ & per probl. 21. summa productorum est 2½

Deinde summa errorum est 1½ vigore probl. 26. vel 2½ ⅔ (⅔ ⅙ 7. ⅔ juxta probl. 25. Tandem illa 2½ per hanc ⅔ dividatur juxta probl. 24. obf. 1. Sic Quotus 7. ostendit mensuras, quas mulus gestavit. Asina igitur habuit 5 mensuras.

*Examen.*

Si de 5. mensuris asinæ una addatur 7. mensuris muli, illa 4. saltem retinet, & hic 8. mensuras portat adeoque duplum reliqui asinæ. Sin vero de 7. mensuris muli una dematur & addatur 5. mensuris asinæ, quia ambo ferunt 6. mensuras, onera habent æqualia.

Hactenus de parte generali; sequitur

3558  
ARITHMETICÆ  
PARS SPECIALIS

Ejusq;  
Caput I.

DE ARITHMETICA DECIMALI.

**A**rithmetica pars specialis præcisam rationem numerorum in specie accommodat vel ad mensuras Geodæticas, unde oritur *Arithmetica Decimalis*; vel ad figuras Geometricas, unde est *Arithmetica figurata*; vel ad res Astronomicas, unde est *Logistica Sexagenaria*.

*Arithmetica Decimalis* est pars *Arithmeticae specialis* quæ famosæ mensuræ partes, beneficio denariæ progressionis in numeris quasi integris numerat ad fractiones explicitas evitandas.

[Inventa est à Simone Stevino & habet usum longe maximum in Geodæsia & Fortificatione. Dicitur vero *Decimalis* à partibus decimis, in quas famosam (id est, vulgo notam) mensuram ejusq; fractiones & fractiones fractionum semper distribuit. Hinc etiam numeri ex ista distributione orti dicuntur *Decimales*, qui sub forma integrorum revera fractos significant.

Vocatur aliàs *Logistica Decimalis* à Johanne Hartmanno Beyero, qui usum ejus etiam ad Astronomiam extendere laboravit.]

PARS II. CAP. I. 169

In hac *Arithmetica Decimali* consideranda est numerorum decimalium tum notatio, tum computatio in Additione, Subtractione, Multiplicatione, Divisione & quarti proportionalis investigatione, tum reductio in partes duodecempedarum, quindecempedarum &c.

*Problema I.*

Numeros decimales notare.

Mensura quævis integra, in specie vero decempeda seu pertica hic vocatur *integrum*, & dividitur in decem prima, quodvis primum dividitur in decem secunda, quæ sunt partes centesimæ sui integri; quodvis secundum dividitur in decem tertia, quæ valent partes millesimæ sui integri; atque sic consequenter quævis partis pars decima in alias decem partes dividi potest in superficiebus usque ad sexta, at in solidis usque ad nona.

In lineis tamen ultra tertia progredi necessum non est, quod reliqua sensibilem quantitatem non habeant.

Respectu hujus divisionis, sive originis suæ, decimales numeri diversimodè signantur notis circello inclusis. Et quidem integris solis adjicitur Nulla sive Zyphra hoc modo (0) quia nullæ sunt partes. Primorum autem character est (1) secundorum (2) tertiorum (3) &c.

Sicut enim fractiones vulgares juxta probl. io. part.

part. in suo constat numeratore & denominatore  
ita in his fractionibus Geodæticis numerator so-  
lus exprimitur, & denominator per characterem  
additum repræsentatur.

Dicti characteres compendiosè ultimis tantum  
veris apponuntur; siq; integris adhæreant partes  
vel numeri decimales, illa ab his *secerantur* in  
terjecto *commate*. Hac ratione quotquot novæ  
virgulam seu comma à sinistris præcedunt, signifi-  
ficant *integra*; Contra, quæ virgulam sequuntur  
juxta ordinem sunt *prima, secunda, tertia, &c.* sive  
pedes digiti & grana *in lineis*: Ut autem hæc de-  
nominatio partium retineatur *in planis* conjun-  
gendæ sunt binæ notæ, *in solidis* ternæ, quia illæ  
sunt duarum, hæc trium dimensionum.

E. g.

Detur turris, in qua fenestra. Sint autem à  
horizonte usque ad fenestram sex decempedæ.  
Hæc notantur taliter 6 (0).

Porro à fenestra usque ad summam turris  
sint octo prima, quatuor secunda & quinque ter-  
tia, sive octo pedes, quatuor digiti & quinque  
grana. Scribentur hoc modo 845 (3) *Tota*  
altitudo turris notabitur sic 6, 845 (3) *ve*  
6, 845.

Item sic area alicujus agri 2504,365718(6)  
quæ enunciatur hoc modo; bis mille quingenti  
& quatuor decempedæ, triginta sex pedes, quæ  
quaginta septem digiti & octodecim grana  
drata.

Tandem detur hæc corpulentia valli 312,  
365807941 (9) C. Sunt trecentæ duodecim per-  
tica, trecenti sexaginta quinque pedes, octingen-  
ti & septem digiti, nongenta quadraginta unum  
grana cubica.

### Observatio.

Si denominationes aliqua sint intermisæ; earum lo-  
ca explenda sunt cifris, ut duodecim pertica &  
quatuor grana sic scribenda sunt 12, 004.

### Problema 2.

#### Numeros Decimales addere.

Numeri ejusdem denominationis & gradus  
sub se invicem collocentur & vulgari modo per  
probl. 6. part. 1. in unam summam colligantur.  
Hujus ultima nota requirit denominationem  
maximam numerorum addendorum.

#### Exempla.

1. Sint duo loca A. & B. quibus directè inter-  
jacet locus C. detur v. distantia AC. 135, 79 (2)  
& CB. 56, 845 (3) Quæritur tota distantia AB. ?

Juxta diagramma sequens numeri disponun-  
tur ita ut integra integris respectu graduum sub-  
jiciantur, itemq; prima primis, secunda secundis,

AC 135, 79 (2)

CB 56, 845 (3)

& reliqua ordine sequā-  
tur; tum notæ similes  
seorsim adduntur.

Hinc AB 192, 635 (3) Summa vel distantia quæ-  
sita. Quinarius vero, tanquam ultima nota sum-

ma



ma denominatur à tertiis, quippe antea significabat tertia, ejusq; denominatio major erat quàm novenarii à secundis. Cognitâ sic denominatione ultimæ notæ; retrogrado ordine sequens ternarius denotat secunda, senarius prima, reliquæ tres notæ 192, comma præcedentem significant integra.

2. Addantur 24,3(1) 8,526(3) 3852(9).  
Subsidio observationis proximè præcedentis problematis operatio perficitur hoc modo:

$$\begin{array}{r} (1) \\ 24,3 \\ (3) \\ 8,526 \\ \hline 3852(9) \\ \hline 32,826003852(9) \end{array}$$

*Observatio.*

Si in fine *Decimalium* (non verò integrorum) fuerint Cifrae; illæ ut otiosæ abjiciuntur, & denominatio ultimæ tot unitatibus minuitur, quot sunt cifrae abjectæ.

E.g. Sint duæ particulares aræ addendæ

$$\begin{array}{r} 538,4625(4) \\ 621,5375(4) \\ \hline \end{array}$$

1160,0000(4) Hic deletis quatuor cifi-  
summa est 1160(0)

Pro

*Problema 3.*

**Numerum decimalem minorem à majore subtrahere.**

Numero majori secundum similes denominationes subjiciatur minor, factoque à dextris initio qualibet nota inferioris numeri à sua superiore subtrahatur; quod autem remanet, suis notis semper subscribatur ut in probl. 7. part. 1. Tandem ultimæ notæ residui assignatur denominatio maxima superiorum.

*Exempla.*

1. Detur area alicujus agri 3586,9375(4)  
à qua abscissæ sint decempedæ 1541,62(2)

Quæ. quot remaneant? Resp. 2045,3175(4)

2. In monte sita sit turris, & ex horizontali planitie inventa sit altitudo montis & turris simul 28,312(3) Montis autem solius altitudo 19,236(3) Quæritur altitudo solius turris?

Altitudo utriusq; 28,312(3)

Altitudo montis 19,236(3)

Altitudo turris 9,076(3) per observ.

1. probl. 7. part. 1.

*Observatio.*

Si superioris ultimæ notæ denominatio minor fuerit quàm inferioris; adjiciantur superiori aliquot Cifrae, donec eandem cum inferiori sortiatur denominationem.

E.g.

E. g. Munitionis polygonæ interior sit 54 (6)  
ejusq; colla 18, 316 (3) Quanta erit cortina?

$$\begin{array}{r} 54,000 \\ 18,316 \\ \hline \end{array}$$

35,684 cortina quæsitæ.

*Examen Additionis & Subtractionis numerorum decimalium eodem plane modo instituitur ut in integris probl. 6. & 7. part. 1.*

Uti assumamus exemplum 1. probl. 2.

A summa 192,635 Vel 192,635  
subtrahatur datus unus 56,845  $\frac{135,79}{56,845}$

quia remanet datus alter 135,79  
dico additionem rite esse institutam

Similiter ut repetamus exemplum ultimum  
probl. 3.

Invento residuo 35,684

Si addatur minor 18,316

Redit major 54

### Problema 4.

## Numeros decimales multiplicare.

Multiplicando subjiciatur multiplicans ita ut à dextris tum primæ tum sequentes notæ, circum ullum denominationis respectum, sibi invicem exactè respondeant, ipsaq; operatio perficiatur vulgari modo juxta probl. 8. part. 1. Tandem

dem addatur character ultimæ notæ multiplicandi & multiplicantis, sic oritur denominatio ultimæ notæ facti, ex probl. 72. part. 1.

### Exempla.

1. Detur ager rectangularis, cujus longitudo 8,52. latitudo 3 (0) quæritur ejus area per multiplicationem datorum numerorum?

Longitudo 852 (2)

Latitudo 3 (0)

Area 25,56 (2)

2. Trianguli basis sit 38,527 (3) & dimidia perpendicularis 7,42 (2) Quæritur ejus area?

38527 (3)

742 (2) per obs. 1. probl. 8. part. 1.

77054

154108

269689

285,87034 (5) Area quæsitæ.

3. Detur in Fortificationis polygonalis interior 50 (0) una cum numeris proportionalibus Tetragonis 362 (2) Quæritur capitalis & gutturalis?

362 (3)

50 (0)

170 (3)

50 (0)

Capit. 18,1 Gutt. 8,5 per obs. 2. pr. 8.

4. Sint multiplicanda 3, 25 (2) per 2, 46. (2)

## ARITHMETICÆ

$$\begin{array}{r} 325(2) \\ 246(2) \\ \hline \end{array}$$

$$1950$$

$$1300$$

$$650$$

Factus 7.9950(4) sive 7.995 per obs. probl.

*Demonstratio.*

Multiplicatio quidem & Divisio hic etiam se invicem probant uti supra probl. 8. & 9. per tist. & paulo post ostendetur sub finem probl. Majoris tamen evidentiae gratia placet ex ipso fundamento veritatem tum operationis tum denominationis geometricè demonstrare in proximè præcedenti exemplo, & schemate signo ☞

Linea enim AD est 325(2) & AB 246(1) Jam per singulas partes hujus multiplicentur singulae illius.

Nempe  $\begin{array}{lll} ag\ 3(0) & gb\ 4(1) & bd\ 5(2) \\ per & ae\ 2(0) & em\ 4(1) & mb\ 6(2) \end{array}$

prod fig.  $\begin{array}{lll} aefg\ 6(0) & gfib\ 4(1) & hiqu\ 10(2) \\ & emif\ 12(1) & fik i\ 8(2) & ikpq\ 20(3) \\ & & mblm\ 8(2) & lnok\ 12 & koep\ 30(4) \end{array}$

$$\text{Factus } abcd\ 7$$

$$9$$

$$9$$

$$5$$

*Problema 4.*

**Numeros decimales dividere**  
Divisio numerorum decimalium quantum ad

collocationem & operationem nihil differt à divisione vulgari superiùs traditâ Probl. 9. p. 1.

*Denominatio* autem ultimæ notæ Quotientis obtinetur per subtractionem denominationis ultimæ notæ divisoris à denominatione ultimæ notæ dividendi ex Probl. 72. part. 1.

*Exempla.*

1. Sit area agri rectangularis 25, 56(2) ejusq; latitudo 3(0) Quæritur longitudo?

1. Hoc loco divisor 3. tan-  
2556(2) (852(2) quam major primâ notâ  
3(0) dividendi 2. in eâ non continetur, igitur subjicitur secundâ 5. & ex abaco Pythagorico constat 3. in 25. contineri octies; hinc post lunulam scribitur nota 8. & ducitur in divisorem, factusq; 24. subtrahitur à 25. residua vero unitas supra scribitur. Factâ jam promotione divisoris in locum sequentem; 3. in 15. continentur quinquies, Ergo secunda nota Quoti est 5. productumq; 15. à 15. sublatum nihil relinquit. Tandem 3. in 6. continentur bis. Unde tertia nota Quoti est 2. factusq; 6. à 6. subtrahito nihil remanet. Hisce operatio est absoluta & Quotus inventus 852. exhibet longitudinem quæsitam. Sed valor harum notarum est ignotus; Pro illo igitur subtrahatur divisoris character (0) à characterè dividendi (2) sive 0. à 2. & remanent 2. Ex hoc residuo concluditur ul-

M

ti.

timam notā Quoti significare secunda, (2) ipsi adscribitur character (2).

2. Similiter repetamus exemplum 2. Probl. 3. & ex arcā Trianguli 285,87034 (5) medianā basi 3,8527 (3) investigemus dimidiam perpendicularē juxta sequens diagramma:

28587034 (5) (742 (2) dimidia perpendicularis  
38527 (3) quæsitā.

### Observatio.

1. Si denominatio dividendi minor fuerit denominatione divisoris, indeq; subtractio fieri nequeat pro obtinenda denominatione Quoti: Dividendi adjiciantur tot Cifre, quot unitatibus datæ denominationes ab invicem distant; Hac ratione denominationes fient æquales, & Quoti character erit (0).

Ut, sint dividenda 8624 (1) per 3246 (3) Quotus denominatio dividendi (1) duabus unitatibus distat à denominatione divisoris (3); igitur illi adjiciuntur duæ Cifre (862400) eo ipso crescit etiam denominatio ita, ut ultima 0. significet (3) Hinc (3) à (3) sublatis, remanet (0).

221

862400 (3) (265 (0)  
3246 (3)

2. Si præstā divisione notabile adhuc supervenerit residuum; Dividendo una vel plures adjiciuntur Cifre, & divisio pertexitur donec obtineantur (1). Siq; Divisor in ultimo hoc residuo plus quam quinquies adhuc continetur, quarta illa componatur uno tertio.

Uti in exemplo obli. quoniam residuum 2210. respectu divisoris 3246. satis notabile est, negligi non potest, sed divisio est continuanda usque dum prodeat in Quoto (3). Cum vero per priora Quoti denominatio sit (0) à quæsitā (3) tribus unitatibus differens; igitur tres adhuc cifre apponuntur dividendo taliter:

22

862400000 (6) (265,680  
3246 (3)

Hac divisione ad finem perductā, tandem remanent 2720. quibus si priori modo adjiceretur adhuc una cifra prodirent 8 (4). Verum cum in tertiis hic sit subsistendum; loco 8. quattorū assumitur 1 (3) reliquis addendum. Hinc verus Quotus est 265,681 (3).

Examen Multiplicationis & Divisionis quod supra fuit in integris numeris Probl. 8. & 9. part. 1. idem hoc loco adhibetur in decimalibus accedente saltem denominatione, uti constat ex 1. & 2. exemplo Probl. 3. & 4. itemq; ex seqq. duobus.

Probl. 3 num. 3. ex 362 (3) per 50 (0) multiplicatis inventus est hic factus 18,100 (3) & quod sit verus quæsitus probari potest dividendo  
18100 (3) (362 (3) Vel 18100 (3) (50 (0)  
per 50 (0) per 362 (3)

Quotus enim reddit alterum factorem.  
Econtra in obli. 1. probl. 4. divisio 8624 (1)  
per 3246 (3) inventum esse quotum genuinum

M 2

265

265 (0) probatur multiplicando divisorem  

$$\begin{array}{r} 3246(3) \\ 265(0) \\ \hline \end{array}$$
  
 per quorum

$$\begin{array}{r} 16230 \\ 19476 \\ 6492 \\ \hline \end{array}$$
  
 addendoq; residuum 2210

Redit enim dividendus 862400 (3) vel 8624 (3)  
 adeoque divisio rite est instituta.

### Problema 5.

Datis tribus numeris quartum  
 proportionalem investigare.

Dati tres numeri disponantur juxta præscriptum argumentationis in Geodæsiâ & Fortificatoriâ usitatæ, & per Probl. 78. part. 1. constabit quartus numerus proportionalis quæ sita multiplicando nempe secundum per tertium, sita etiamq; dividendo per primum.

Uti: Pertica decempedalis ad perpendicularæ humi defixa, eminet pedibus 9. mittitq; de humi umbram 63(2). Quæritur altitudo turris umbram 15.346(3) eodem momento projicientis ut umbra pert. ad alt. pert. ita umbra turris

$$\begin{array}{r} 63(2) \quad \text{---} \quad 9(1) \quad \text{---} \quad 15346(3) \\ \phantom{63(2)} \phantom{\quad \text{---}} \phantom{9(1)} \quad \text{---} \quad 9(1) \\ \hline 138114(4) \end{array}$$

1381140(5)  
 63 (2) (21,923(3) altit. turris quæsitæ

### Problema 6.

Pedes, digitos & grana decempedarum in pedes digitos & grana duodecempedarum, quindecempedarum, &c. convertere.

Decempeda, sive pertica in decem pedes distributa, calculo aptissima est, ideoque talis in praxi commodissime adhibetur & in præcedentibus proposita fuit. Quoniam verò consuetudo in singulis propemodum regnis & ditionibus aliam introduxit divisionem perticæ famosæ in pedes vel 12. vel 13. vel 15. vel 16. vel 18. vel 20; Et rursus quilibet pes vel in totidem digitos vel etiam plures aut pauciores dividitur: igitur post factam computationem, partes decempedarum in partes duodecempedarum &c. poterunt reduci hoc modo:

Pertica tota tum decempedalis, tum duodecempedalis aliave resolvatur in suas partes datis cognominibus mediante obs. 2. Pr. 77. part. 1. Hoc facto dicatur pro obtinendâ partibus duodecempedæ:

ut 10 ad 12 sic dati ped. dec. ad p. duod.  
 Vel: ut 100 ad 144 sic dati dig. dec. ad dig. duod.  
 Vel: ut 1000 ad 1728 sic data gr. dec. ad gr. duod.

Divisione v. absoluta si quid remanet, porro multiplicetur per numerum partium proximè minorum, factusq; dividatur per numerum primum juxta membr. 2. obs. 3. probl. 78. part. 1.

M 3

Exempla

*Exempla.*

1. Quæritur 8. pedes decempedales quot efficiant pedes duodecempedales? Resp. 9. ped. 7. dig. 1. gr.

$$\begin{array}{r} 10 \text{ ---- } 12 \text{ ---- } 8 \text{ p.} \\ \underline{8} \\ 96 \text{ (9. ped.} \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \underline{6} \\ 72 \text{ (7. dig.} \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \underline{2} \\ 24 \text{ (2. gr.} \\ 10 \end{array}$$

2. Decempedales digiti 6. quot efficiunt digitos duodecempedales? Resp. 8. dig. 8. gr.

$$\begin{array}{r} 100 \text{ ---- } 144 \text{ ---- } 6 \\ \underline{6} \\ 864 \text{ (8 d.} \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 \\ \underline{12} \\ 128 \\ \underline{64} \\ 768 \end{array} \quad \begin{array}{r} 768 \text{ (8. gr. proxi} \\ 100 \text{ me per ob} \\ \text{2. probat} \end{array}$$

3. Sint decempedalia 84(3) reducenda in digitos & grana duodecempedalia.

$$\begin{array}{r} 1000 \quad 1728 \quad 84 \\ \underline{84} \\ 6912 \\ \underline{13824} \text{ (145 (12 dig. 1. gr.} \\ 145152 \text{ 12} \\ \text{1 000} \end{array} \quad \text{Fac.}$$

Similis argumentatio est in quindecempedaliis ut constat ex seqq.

4. Decempedales pedes 6. quot efficiunt pedes quindecempedales?

$$\begin{array}{r} 10 \quad 15 \quad 6 \text{ p.} \\ \underline{6} \\ 90 \text{ (9} \\ 10 \end{array} \quad \text{Facit: 9. ped.}$$

5. Decempedales pedes 7. quot constituunt pedes quindecempedales divisos in digitos 12?

$$\begin{array}{r} 10 \quad 15 \quad 7 \text{ p.} \quad 12 \\ \underline{7} \\ 105 \text{ (10. p.} \quad \underline{5} \\ 10 \quad 60 \text{ (6 dig.} \quad \text{Fac. 10. p. 6. d.} \end{array}$$

6. Sint 57(2) decempedales convertendi in pedes digitos & grana quindecempedales in 12. digitos totidemq; grana subdivisa.

$$\begin{array}{r} 10 \quad 15 \quad 57 \text{ (2)} \\ \underline{10} \quad \underline{12} \quad \underline{180} \quad \text{dig.} \quad \underline{60} \\ 100 \quad 180 \quad 10260 \text{ (8. ped.} \quad \underline{12} \\ \quad \quad \quad 100 \quad \quad \quad 12 \quad \quad \quad 100 \end{array}$$

Facit 8. ped. 6. dig. 7. gr.

*Observatio.*

Absque calculo poterit fieri talis reductio, si utraque perrica in virgâ ferreâ vel conto quadrangulâ repræsentetur, ejusq; latus unum in proportionem decupla, alterum in duodecupla &c. dividatur. Cursor enim mobilis si applicetur partibus reducendis, in altero latere simul indicat partes reductas.

## Problema 7.

Pedes, digitos & grana duodecempedæ &c. in pedes, digitos & grana decempedæ convertere.

Facilioris calculi gratiâ & hac reductione opus erit, si aliarum perticarum partes dentur.

Perficitur autem argumentatione præcedentis problematis inversâ:

ut 12 -- ad 10 -- sic dati p. duod. ad qv. d.  
Vel: ut 144 ad 100 sic dati d. duod. ad qv. d.  
Vel: ut 1728 ad 1000 sic data gr. duod. ad qv. d.

E. g. Sint 9. pedes duodecempedales reduci in pedes decempedales?

$$\begin{array}{r} 12 \text{ ---- } 10 \text{ ---- } 9 \\ 10 \text{ } 90 \text{ (7. p. } 10 \text{)} \\ \hline 90 \text{ } 12 \text{ } 60 \text{ (57)} \\ 12 \end{array}$$

Item sint 9. p. 7. d. 2. gr. duodecempedales convertenda in pedes, digitos & gr. decempedales.

$$1728 \text{ ---- } 1000 \text{ } 9 \text{ p. 7. d. 2 gr.}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 115 \text{ d.} \\ 12 \\ \hline 232 \\ 115 \\ \hline 1382 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1382000 \text{ (8003)} \\ 1728 \end{array}$$

sive 8(1) per obs. probl. 2. hujus.

Similiter si quærat<sup>ur</sup> pedes 8. digiti 6. & grana 7. quidecempedæ in dig. 12. totidemq; grana subdivisa, quot efficiant pedes, digitos & grana decempedæ?

$$\begin{array}{r} 15 \text{ } 10 \text{ } 8 \text{ ped. 6. dig. 7. gr.} \\ 12 \text{ } 10 \text{ } 12 \\ \hline 180 \text{ } 100 \text{ } 102 \text{ } 1231000 \text{ (Fac.} \\ 12 \text{ } 10 \text{ } 12 \text{ } 216 \text{ } 0 \text{ (57(2))} \\ \hline 2160 \text{ } 1000 \text{ } 1231 \end{array}$$

## Caput II.

## DE ARITHMETICA FIGURATA.

Arithmetica figurata est pars Arithmeticæ specialis, quæ numerorum figuratorum computationem tradit.

[Ramus lib. 4. Geom. elem. 9. eam vocat Arithmetica Geometricam, numerosq; figuratos refert ad Geometriam ob rationes ibidem allatas. Verum quia hi numeri sunt, & affectiones in parte generali Arithmetices traditæ iis competunt; ad Arithmetica specialem propriè spectant.]

Numerus figuratus est, qui ex multiplicatione factus appellationem à figurâ Geometricâ fortitur.

[Figuratus numerus dicitur à similitudine quam habet ad figuram Geometricam, nō quamvis, sed saltem ad rectangulum vel Parallelogram-

M 5

gram-

grammum, vel Parallelepipedum. Dicitur igitur ita per metaphoram & synecdochen generis pro specie; vel quod unitates in eo contentæ juxta longum & latum & altum ita disponi possint ut figuram Geometricam referant; si nempe unitates unius factoris toties repetantur, quoties in altero est unitas: Vel quod horum numerorum factores duo aut tres referant duas aut tres dimensiones figurarum Geometricarum. Unus enim exprimit longitudinem, alius latitudinem & reliquis altitudinem.

Ut 12. est numerus figuratus . . . .  
propter hanc dispositionem unitatum ejus. Et factor 4. dicitur ejus . . . .  
longitudo, 3. latitudo.

Notanter vero additur quod figurati propriè dicti, ex multiplicatione fiant. Eo ipso enim secernuntur ab aliis, ex progressionem Arithmeticam ortis, qui à quibusdam etiam figurati dicuntur, quod pro unitatum suarum dispositione figuræ Geometricas referant, ut sunt: Numerus trigonalis, tetragonalis, pentagonalis, hexagonalis, heptagonalis &c. itemq; pyramidalis, de quibus Stifel. fol. 20. 22. 23. Verum hi longe recedunt ab aræ seu capacitate figurarum Geometricarum, quas repræsentant, ut idem Stifelius simul inculcat loco citato; Ergo improprie saltem ita dicuntur & reliquis annumerari nequeunt.]

Numerus figuratus est vel *planus* vel *solidus*. [Ille respicit figuram planam sive superficiem, & quidem Parallelogrammum rectangulum; hic figuram solidam sive corpus, nempe Parallelepipedum rectangulum.]

Numerus *planus* est, qui ex unâ multiplicatione producitur, ut 12. factus ex ductu longitudinis 4. in latitudinem 3. Vel 16. factus ex 4. & 4.

Numerus *solidus* est, qui ex duabus multiplicationibus generatur, ut 60. factus ex 5. 4. 3. Vel 27. factus ex 3. 3. 3. quorum primus longitudinem, secundus latitudinem, & tertius altitudinem denotat.

Factus tamen à longitudine & latitudine aliis dicitur *basis*, ut 9. factus ex 3. & 3.

Uterque iterum statui solet vel æquilaterus vel inæquilaterus.

[Numeri enim ex quorum multiplicatione resultat figuratus planus & solidus, dicuntur *latera* illius, apud Eucl. lib. 7. def. 16. 17.]

Æquilaterus est, cujus latera sunt æqualia.

Inæquilaterus, cujus latera sunt inæqualia.

[Numeri inæquilateri quia varia habent latera (e. g. 24. est factus ex 6. & 4. 8. & 3. 12. & 2.) Deinde quia sunt infiniti, nec aliam habent considerationem, quam lateris ignoti inventionem mediante vulgari eorum divisione per latus datum.]



tum. (e.g. 24. per 6. divisus, quotus 4 indicat<sup>ur</sup> tus alterum.) Igitur statim se ponuntur.]

Planus æquilaterus vocatur *Quadratus*; Solidus æquilaterus dicitur *Cubus* sive numerus *Cubicus*.

[Solidus quidem æquilaterus adhuc plures agnoscit species ex multiplicationibus tribus quatuor quinque &c. Attamen species illæ figuris Geometricis assimilari nequeunt & in Algebra propriè pertractantur. Eo igitur merito remittuntur.]

Numerus *Quadratus* est, qui ex numero in seipsum ducto resultat. Eucl. lib. 7. def. 18.

Uc 4. dicitur numerus quadratus, quia fit ex multiplicatione 2. in 2.

Ille vero numerus, ex cuius multiplicatione quadratus producitur, *Radix* dicitur *Quadrata*. Uc 2. est radix quadrata 4.

[Nomen radicis sumptum videtur ab Hebræis Grammaticis, qui vocant radicem ipsum thema. sive fundamentum aut originem verbi. Vel metaphorâ Physicâ ita dicitur, quod sicut tota arbor ex radice exurgit ita quadratum, alioq; æquilateri ex hoc numero producuntur.]

*Cubus* sive *Cubicus numerus* est, qui ex ductu illius numeri in suum quadratum producitur. Eucl. lib. 7. def. 19. Sic 8. est cubus, quia fit ex 2. in suum quadratum 4. multiplicato.

Numerus verò qui hac ratione bis in se continetur

tinuo multiplicatus producit numerum Cubicum, dicitur *Radix cubica*. Sic 2. est radix Cubica, quippe 2. in 2. ducta producit quadratum 4. quidenuo per 2. multiplicatus efficit Cubum 8.

Quadrati & Cubi notanda est cum *genesis* tum *analysis*; indeq; fluens *numerorum proportionalium* inventio.

Genesis quadrati dicitur *quadratura* (à quadrare, id est, numerum in seipsum multiplicare;) ut genesis cubi *cubatura* (à cubare seu cubicare, id est, numerum bis continue multiplicare) & est multiplicatio, quâ producitur ibi *quadratus*, hic *cubus*.

Analysis quadrati usitate dicitur *Extractio radicis quadratæ*; Analysis Cubi *Extractio radicis Cubicæ*; & est specialis quædam divisio, quâ investigatur *Radix* ibi *quadrata* hic *cubica*.

Utraque tamen genesis & analysis expeditur vel beneficio *Tabulæ Tetragonicæ*; vel viâ artis per segmenta.

Tabula Tetragonica est quæ omnium radicum ab 1. usque ad 1000. naturali serie progredientium quadratos & cubos exhibet. Unde etiam Tabula quadratorum & cuborum alias vocari solet.

Hujus notatur constructio & usus.

Viâ artis quæ suscipitur genesis absolvitur radicum *sectione* in partes, sive segmenta, *multiplicatione* & *additione*.

Via artis quæ suscipitur analysis sive extrahitio radicum constat præcedentâ punctatione ipsarum operationum & subsequenti probatione.

### Problema 8.

## Tabulam Tetragonicam construere.

Omnes numeri impares ab 1. ordine ponantur, & summæ priorum sive quadrato præcedenti semper addatur impar sequens, sic resultabit illius loci & ordinis quadratus juxta Clavium Epilogo Geometriæ practicæ:

E. g. 1. dat quadratum primum. Hinc 1. & 3. faciunt 4. quadratum secundum, cui si addatur sequens impar 5. producit tertium quadratus 9. Huic 9. addatur sequens impar 7. & summa 16. dabit quadratum quartum. Porro 16. & 9. efficiunt quadratum quineum 25. Atque sic poterit hæc Tabula Quadratorum continuari usque ad radicem 1000.

| Numeri<br>impares | Quadrati. | Radices. |
|-------------------|-----------|----------|
| 1                 | 1         | 1        |
| 3                 | 4         | 2        |
| 5                 | 9         | 3        |
| 7                 | 16        | 4        |
| 9                 | 25        | 5        |
| 11                | 36        | 6        |
| 13                | 49        | 7        |
| 15                | 64        | 8        |
| 17                | 81        | 9        |
| 19                | 100       | 10       |
| 21                | 121       | 11       |
| 23                | 144       | 12       |

### ProTabu

lâ Cuborum ex inventione Johannis Baptistæ Vilalpandi in columna sinistra scribatur progressio Arithmetica, quæ à 6. incipiat & per 6. progredietur. In columnâ secundâ reponantur numeri,

| Progressio senarii. | differentiæ cubicorum. | Cubi | Radices. |
|---------------------|------------------------|------|----------|
| 6                   | 1                      | 1    | 1        |
| 12                  | 7                      | 8    | 2        |
| 18                  | 19                     | 27   | 3        |
| 24                  | 37                     | 64   | 4        |
| 30                  | 61                     | 125  | 5        |
| 36                  | 91                     | 216  | 6        |
| 42                  | 127                    | 343  | 7        |
| 48                  | 169                    | 512  | 8        |
| 54                  | 217                    | 729  | 9        |
| 60                  | 271                    | 1000 | 10       |
| 66                  | 331                    | 1331 | 11       |
| 72                  | 397                    | 1728 | 12       |

qui ex numeris primæ columnæ componuntur hac arte: Juxta 6. ponatur 1. deinde 7. qui ex 6. & 1. conflatur. Post hæc numerus 19. ex 7. & 12. collectus. Atqui sic bini semper numeri è regione positi si addantur componunt sequentem numerum columnæ secundæ.

In tertiâ deinde columnâ collocentur omnes cubi: qui per additionem radicis proximè præcedentis & sequentis differentiæ inveniuntur. Ut primus cubus 1. & differentia 7. componunt 8. cubum secundum. 8. & 19. efficiunt cubum tertium.

tium 27. Huic addatur sequens differentia  
& prodibit cubus quartus 64. & ita deinceps  
In quattuor denique columna scribantur ordi-  
nuborum radices.

Inventi hoc modo quadrati & cubi suis  
dicibus ordine descriptis è regione adjungun-  
tur; & constructa erit Tabula Tetragonica,  
jussu initium hac vice apposuisse sufficiat:

| Radi-<br>ces. | Quadra-<br>ti. | Cubi. |
|---------------|----------------|-------|
| 1             | 1              | 1     |
| 2             | 4              | 8     |
| 3             | 9              | 27    |
| 4             | 16             | 64    |
| 5             | 25             | 125   |
| 6             | 36             | 216   |
| 7             | 49             | 343   |
| 8             | 64             | 512   |
| 9             | 81             | 729   |
| 10            | 100            | 1000  |
| 11            | 121            | 1331  |
| 12            | 144            | 1728  |

Tota vero inve-  
nitur apud Clavium  
epitologo Geomet-  
practicæ (ubi alii er-  
modi constructio-  
traduntur, & unâ  
prioribus demonstra-  
tur) apud Alstedium  
Encycl. lib. 14. cap.  
pag 832. & alios.

### Problema 9.

Quemlibet numerum milli-  
nario minorem beneficio tabulæ tetra-  
gonicæ quadrare & cubare.

Inquiratur saltem numerus datus in colu-  
mnâ Radicum: & è regione in columnâ secundâ  
offenderetur ejus quadratus, in columnâ tertiâ  
vero ejus cubus quæsitus.

Sic Numeri 11. quadratus exhibetur 121. Cu-  
bus 1331. At hujus 456. quadratus 207936. Cu-  
bus 94818316. Sola igitur excerptio absolvi-  
tur hac quadratura & cubatura.

### Problema 10.

Ex dato quadrato vel cubo, be-  
neficio tabulæ Tetragonicæ, Radicem  
quadratam & cubicam extra-  
here.

Principio dispiciatur, quot notis constet  
datus numerus, & quænam earum sit prima, quæ-  
nam secunda. Deinde evolvatur tabula tetra-  
gonica & sub cognomine ejus titulo jam in hac,  
jam in illâ paginâ numerentur saltem notæ nu-  
meri supremis; Quæ si fuerint æquæ multæ cum  
datis; inquiratur ex illis nota datæ primæ & por-  
ro secundæ æqualis. Tandem hi soli numeri  
cum dato conferantur, siq; inter eos dato æqua-  
lis offenderetur, tum è regione ejusdem sub titulo  
radicum offertur radix quæsitæ. Sin minus, nume-  
ri, dato proximè minoris, radix assumitur loco  
veræ quæsitæ.

E. g.

Quadrati 15625. quæritur radix quadrata per  
N Ta-

194 ARITHMETICÆ  
Tabulam Tetragoniceam? Quoniam datur *Quadratus* constans quinque notis, quarum prima est 1, secunda 5. Igitur sub titulo *Quadratorum* præ radicem 100. offeruntur quidem numeri quinque notarum ab 1. incipientes; Attamen nondum opus est ut toti numeri cum dato conferantur; sed per eos fit descensus, donec secunda nota occurrat 5. Ad istos numeros cum devenire est, inquiritur quis eorum tertiam notam 6. non reliquas æquales habeat? Et talis invenitur è regione 125. in columnâ sinistrâ. Quare *radix quadrati* dati numeri est 125.

Similiter si cubi 454756780. quæritur radix cubica? Sub titulo cuborum perlustrantur aliquot paginarum numeri supremi, donec numerus occurrat novem notarum, quod fit post radicem 465. Sed prima in iis nota est 1. dati autem 4. Ergo adeunda est pagina sequens, in qua præcedit 4. à radice 737. sed donec secunda nota fiat 5. progrediendum est ad radicem 769. Cumq; jam duæ habeantur notæ datis æquales porro investigatur ex illis tertiâ, quæ est 4. itemq; reliquæ. Verum totus numerus datus in tabula Tetragonica non occurrit; Igitur proximè minoris 454756609. radix cubica 769. assignatur loco veræ quæsitæ.

### Problema II.

Propositum numerum quatuordecim.

Quadratura propriè fit, si numerus sive radix in duo segmenta secetur, & quadrati segmentorum cum eorundem duobus planis (qui *complementa* dicuntur) addantur ex propoſ. 4. lib. 2. Eucl. Compendiosè tamen solet vulgari multiplicatione absolvi juxta probl. 8. part. 1.

Ut, datur numerus 12. cujus totius quadratus est 144. Ille secetur in 10. & 2. Quadratus segmenti minoris 2. est 4. majoris 100. At duplex planus segmentorum est 20.20. Ex his quatuor figuratis segmentorum in unam summam collectis componitur quadratus totius radices 144. id quod plenius ostēdit sequens diagramma.

Vid. Schoner, de num. figur. cap. 2. elem. 3. & seqq.

### Problema 12.

Ex dato numero quadrato radicem quadratam extrahere.

Primè nota alterna dati quadrati signentur pun-

80; initium hujus punctationis faciendo ab ultimâ (versus dextram) notâ integrorum & progrediendo versus sinistram. Quot vero fuerint puncta, tot futuræ sunt notæ radices, tot quoque sunt instituendæ operationes.

In quâ primâ beneficio abaci sive Tabulæ Tetragonice ex probl. 8. inquiratur, quinam quadratus maximus in puncto primo versus sinistram contineatur. Ille à notis primi puncti subtrahatur, & radix ejus post lunulam à dextrâ scriptam notetur.

In operatione secundâ & reliquis omnibus 1. Totus Quotus duplicetur; hinc oritur divisor, qui sub notâ proximâ & (si opus est) antecedentibus juxta ordinem collocandus.

2. More vulgaris divisionis inquiratur, quoties iste divisor in numero supra se scripto contineatur; & Quotus tum post lunulam, tum sub ipso puncto sequente scribatur.

3. Ultimus hic Quotus ducatur in totum numerum divisoris loco subjectum; Factus vero auferatur à numero superiore, & residuum quod est, supra scribatur. Sic absoluta est operatio secundi puncti, cui reliquorum punctationis operationes omnes sunt similes.

### Exempla.

1. Sit extrahenda radix quadrata ex hoc numero 144. Igitur punctum supra vel infra datum quaternarium scribitur & sequentia

Præterito rursus punctatur unitas, hoc modo:  
144 ( Hæc duo puncta indicant radicem quadratam constare duabus notis; adeoque pro eruendis illis duas etiam requiri operationes.

In primâ igitur operatione numerus primi puncti hoc loco 1. quaeritur in Tabulâ Tetragonice sub titulo Quadratorum, & invenitur in lineâ primâ. Hinc radix ejus 1. post lunulam annotatur, & ipse quadratus 1. à numero puncti primi 1. subtrahitur. Hisce absoluta est operatio prima.

In secunda operatione Quoti duplum nempe 2. subjicitur notæ sequenti 4. & mediante probl. 9. par. 1. inquiritur quoties 2. in 4. contineatur, videlicet bis. Hinc  
144 ( 12  
122

in quoto & sub ipso puncto secundo ponitur binarius, & ducitur in totum divisorem 22. Factus vero 44. à numero puncti 44. subtrahitur. Sic peracta est extractio radices ex dato numero quadrato 144. eaq; inventa 12.

2. Detur hic quadratus 180625 cujus radix quadrata sit extrahenda? Primo punctatur 5. deinde 6. & tandem 8. Hoc facto beneficio Tab. Tetragonice exploratur quadratus maximus in 18. possibilis esse 16. Igitur ejus radicem  
2  
180625 ( 4  
16

4. in Quoto annoto & quadratum 16. ab 18. subtraho, residuis duobus superscriptis.

Porro quotus 4. duplicatur, ut fiant 8. quæ sub 0. locantur & in 20. continentur bis. Igitur post lunulam & sub 6. scribuntur 2 & hic ultimus quotus 2. ducitur in 82. Factus verò 164 à 206 subtrahitur, & his cancellatis remanent 42. quæ suprascribuntur & annumerantur puncto sequenti.

Tandem, uti in operatione secunda, rursum duplicatur totus quotus 42. & facti 84. prima nota sequenti binario subternitur & 8. sub precedente nota ponitur Jam inquiritur 3. quæ tres contineantur in 42. & abacus Pythagoricus docet 8. in 42. contineri quinquies. Ergo 5. in quotu & sub puncto scribuntur; factaq; divisoris 845. multiplicatione per 5. producuntur 4225. quæ prius modo à numero puncti tertii subtracta nihil relinquunt. Est igitur dati quadrati radix quæ sita 425.

### Observationes.

1. Si datus quadratus constet etiam numeru decimalibus; facto ab ultimâ notâ integrorum initium alternatim punctantur notæ progrediendo cum versus sinistram, tum versus dextram. Si quæ decimales imparem habeant denominationem adducantur ad parem adjunctione Cifra, quæ denominationem priorem auget unitate. His præ-

fixis, operatio juxta præscriptum hujus problematis perficiatur Postremo autem quadrati denominationatio dimidietur & obtinebitur denominatio ultimæ notæ radicis quadratæ.

E. g. Sit radix quadrata extrahenda ex hoc numero 256283197 (3) Punctationis initium fit à 3. tanquam ultimâ notâ integrorum, & progrediendo versus dextram punctantur 2. & 5. Similiter versus sinistram punctum ascribitur 9. & post 7. punctatur adjecta 0. significans (4) Nam decimales notæ semper in locis paribus recipiunt & requirunt punctum.

Operatio ipsa  
 instituitur dicto  
 jam modo; & quia  
 in secundo puncto 1. in nihilo  
 non continetur;  
 loco quotientis  
 scribitur 0 & statim fit transitus ad sequens punctum per obs. 4. probl. 9. part 1.

2. Si ex operatione ultima aliquid remanserit, indicio est, datum numerum non esse exactè quadratum; ut radix igitur inveniat veræ proxima; adjiciantur aliquot pariacifrarum, & pro numero earum augeatur denominatio numeri dati, donec ultima ejus notæ significet sexta, & radix deinde ter tia exhibere possit.

Ut, si detur hic numerus 5387; radix ejus invenitur 73. sed remanent 58. Quare adjiciuntur

tur tria paria cifarum, earumq; ultima denotat (6) hoc modo: 7300000 (6) Continuatâ jam extractione tota radix quadrata veræ proxima oritur 73,396 (3) & supersunt 27184 quæ negliguntur; cum in lineis ultra tertiam non sit progrediendum juxta probl. 1. hujus.

Similiter in exemplo obf. 1. si remanentibus 42594 (4) addantur duæ cifræ; fiunt 4259400 (6) & radix veræ proxima est 506,244 (3). Superfunt enim 209464.

*Probatio hujus extractionis* instituitur per multiplicationem inventæ radices quadratæ in ipsam, & additionem residui, si quod est.

| Sic radix        | Exempli 1. | Exempli 2.    |
|------------------|------------|---------------|
|                  | 12         | 425           |
| ducta in se      | <u>12</u>  | <u>425</u>    |
|                  | 24         | 2125          |
|                  | <u>12</u>  | <u>850</u>    |
| reddit quadratum | 144        | 1700          |
|                  |            | <u>180625</u> |

In exemplo obf. 1.

|                  |                          |
|------------------|--------------------------|
| Radix quadrata   | 50624(2)                 |
| ducta in se      | <u>50624(2)</u>          |
|                  | 202496                   |
|                  | 101248                   |
|                  | 303744                   |
|                  | 2531200                  |
| addito residuo   | <u>42594</u>             |
| reddit quadratum | 2562831970(4) per pr. 3. |

Ipsa tamen Extractio Radicis quadratæ fundatur in Quadraturâ superius probl. II. traditâ. Nam quando quadratus pluribus quàm duabus scribitur notis; in eo etiam plures continentur partiales quadrati; Isti igitur punctationis beneficio in toto distinguuntur, ut radix per segmenta haberi possit.

Punctantur autem notæ alternatim ob complementa duobus quadratis interjecta, sive quod inter duos quadratos unus cadat medius proportionalis.

Operationis initium fit à sinistris, quoniam in puncto sinistro continetur partialis quadratus major, qui discriminis gratiâ vocari solet *quadratus sinister*. Et in illo puncto nulla complicantur complementa; Hinc radix ejus non tantum primo loco sed facilius etiam ex solo abaco Pythagorico obtinetur. Quadrato sinistro autem sublato remanet Gnomone planus, constans duobus complementis & quadrato minore sive dextro. Istius latus minus ut in operatione secunda per divisionem acquiratur; datur latus quadrati sinistri, quod simul est latus majus complementorum; At hæc duo sunt & æqualia, igitur duplicatur latus quadrati sinistri, sive quotus antea inventus, ut utriusque latus minus simul obtineatur. Quoniam vero in puncto secundo sive in Gnomone superest quadratus dexter & minus latus segmentorum hujus lateri est

N 5

æqua:

æquale: igitur quotus ultimus simul sub puncto collocatur. Tum enim per quotum ultimum factâ multiplicatione divisoris: productur numerus dato Gnomoni æqualis vel proxime minor; unde continuatâ operatione posteriori innotescunt omnia segmenta radice, adeoque per conjunctionem eorum ipsa radix quæfitur.

### Problema 13.

Datum numerum cubicare.

Datus numerus secetur in duo segmenta quibus quadrati eorum subijciantur. Hi multiplicentur in radices superscriptas tam directè semel, unde oriuntur cubi partiales, tum transversè, unde emergunt solidi intermedii facti. Ex istis octo partibus componitur totus cubus datus vigore elem. 7. cap. 3. Lazari Schoneideri de num. figur.

Vulgariter & compendiosè idem cubus obtinetur per duplicem multiplicationem radicis.

E.g. Detur radix 12. cujus segmenta sunt 10. & 2. His tanquam altitudinibus subijciantur eorum bases 100. 4. fiatque multiplicatio juxta sequens diagramma:

### PARS II. CAP. II.

|      |     |     |      |      |
|------|-----|-----|------|------|
|      | 10  | 2   |      | 203  |
|      |     |     |      | Vel  |
|      |     |     | X    | 12   |
|      |     |     |      | 12   |
|      | 100 | 4   |      | 24   |
| 1000 | 200 | 40  | 8    | 12   |
|      | 200 | 40  |      | 144  |
|      | 200 | 40  |      | 12   |
| 1000 | 600 | 120 | 8    | 288  |
|      |     |     | 120  | 144  |
|      |     |     | 600  | 1728 |
|      |     |     | 1000 |      |

quorum productorum sum. 1728 exhibet cubum quæsitum.

### Problema 14.

Ex dato numero cubico Radicem cubicam extrahere.

Datus numerus cubicus primò distribuatur in certas periodos punctando ultimam à dextris notam integrorum: & tertiam quamvis sequentem, ita ut duæ semper notæ omittantur. Quot verò in eo deprehendantur puncta sive periodi, tot etiam sunt notæ radice cubicæ. Deinde

#### In operatione primâ.

Ex Tabulâ Tetragonâ inquiratur radix cubica in primo versus sinistram puncto comprehensa. Hæc post lunulam à dextris collocatam scribatur, ejusq; cubus subtrahatur à puncto



puncto primo; Residuum verò, si quod est, supra notetur.

*In secunda & reliquis operationibus*

1. Inquiratur novus divisor multiplicando totius quoti quadratum per 300. Istius nota dextra subjiciatur ipsi puncto proximè sequenti, reliquæ versus sinistram ordine succedant.

2. Divisor iste quoties contineatur in numero superscripto, annotetur post lunulam, eaque nota ducatur in divisorem: Factus autem hoc loco primus scribatur seorsim.

3. Notæ quoti ultimam præcedentes multiplicentur per 30. & productum denuo multiplicetur per quadratum notæ ultimæ quoti. Hinc oritur factus secundus.

4. Cubus ultimæ notæ quoti subjiciatur prioribus duobus factis.

5. Summa trium horum numerorum subtrahatur à numero istius puncti; residuum vero superscribatur.

*Exempla.*

I. Sit extrahenda radix cubica ex numero 1728. Hic puncto signantur 8. & 1. Quo facto radix primi à sinistris puncti est 1. indeq; post lunulam notatur 1. & cubus ejus 1. ab 1. primi puncti subtrahitur. Sic prima operatio est absoluta.

In secunda operatione quoti quadratus 1. qui non multiplicatur; divisor est 300. Jam verò in 7. continentur bis; igitur

post lunulam scribo 2. &

duco 2. in 300. ut fiant 600

Porro ductâ 1. in 30. sunt

30. quibus per 4. (quadratum notæ ultimæ 2.) mul-

plicatis producantur --- 120

& accedente cubo ex 2.

nempe --- --- --- 8

Summa trium producto

rum est --- --- --- 728

quâ ex 728. sublatâ remanet 0.

Radix igitur cubica quæsitâ est 12.

II. Detur hic numerus cubicus 66923416. cujus radix cubica sit extrahenda. Primò distinguitur in tres periodos hoc modò:

66923416 (4  
64

Cumq; numerus primi puncti 66. in tabulâ Tetragonica non reperiatur, assumitur proximè minor 64. cujus radix cubica est 4. Hæc igitur post lunulam annotatur, & cubus ejus 64. à 66. sublatus relinquit 2.

Porro quoti 4. quadratus est 16. quo per 300. multiplicato, oritur novus divisor, qui secundo puncto subjicitur taliter:

2  
66923416 (40  
64800  
4.

At 4. in 2. non continentur; igitur in quoti scribitur 0. & progressus fit ad punctum ultimum. Hinc totius quoti 40. quadratus, qui est 1600. iterum multiplicatur per 300. & fit novus divisor, qui numero ultimi puncti subijcitur ut ante.

$$\begin{array}{r} 2923416 \\ 480000 \end{array} \begin{array}{l} \\ 406 \end{array}$$

Hoc factò 4. in 29. continentur sexies. Igitur 6. post lunulam scribuntur & ducuntur in divisorem, unde factus ---- 288000  
Deinde 40. multiplicatur per 30. & productus 1200. iterum multiplicatur per 36. quadratum quoti ultimi unde factus ----

Tandem cubus ultimi quoti 6. est quorum summa ---- 2923416  
si auferatur à numero puncti, remanet nihil adeoque dati cubi radix cubica quæ sita est 406.

### Observationes.

1. Si integris adhareant numeri decimales; positionis initium fit ab ultimâ notâ integrorum progrediendum versus sinistram in integris tum versus dextram in decimalibus. Denominatio igitur cubi sit, vel à (3) vel à (6) vel à (9) Alio vero si detur, reducenda est in has per adjectionem unius vel duarum cifarum. Hisce præmissis operatio nihil omnino differt à priori. Ultimo tamen dividatur denominatio cubi per 3.

Sic Quotus indicabit denominationem ultimæ notæ radices cubicæ.

E.g. Sit extrahenda radix cubica ex 6734(1) Hoc loco 3. est ultima nota integrorum, igitur primo punctatur; cumq; versus sinistram punctatio suscipi nequeat & à dextris sint tantum 4(1) Adjiciantur duæ cifræ, ut fiant (3) & periodus compleatur hoc modo:

$$673400(3)(87(1))$$

Factâ jam operatione juxta præscriptum ipsius problematis, invenietur Radix cubica 87. cum residuo 14897. At hæc radix extracta est non ex solis integris, sed etiam ex numeris decimalibus: Igitur denominationis ratio porro est habenda; divisaq; denominatione cubi per 3. Quotus 1. monstrat ultimam notam radices, videlicet 7. significare (1.)

2. Operationibus omnibus absolutis si quid remanet, indicio est datum numerum non esse cubicum. Igitur ut radix veræ proxima ex eo eruatur; Residuo apponantur ternæ cifræ, donec existant nonæ, & continuetur extractio radices priori modo.

Ut: In observ. 1. ex numero 673400. remanebant 14897(3). Ut vero radix propinquior acquiratur, huic residuo apponuntur 6. cifræ; per eas denominatio crescit, ita ut ultima 0. jam denotet (9) sicut ex sequenti diagrammate planius constat.

$$14897$$

$$673400000000(9)(87$$

Por.

Porro in operatione tertiâ per divisorem 2270700. invenitur quotus 6. factâq; subtractione summæ trium productorum 13718376 à numero puncti remanent 1178624. Quibus si adiungantur tres ultimæ cifrae in numero illo puncti quarti divisor 230212800. continetur quæsi quies. Atque sic radix cubica veræ proximæ est 8765. Tandem divisâ denominatione dati numeri (9) per 3. Quotus monstrat prodire tertiâ. Hinc notarum radice cubicæ distinctio & denominatio talis est 8, 765 (3).

*Examinatur extractio radice cubicæ cubico dato radicem inventam & addendo, si quod est, residuum. Sic in exemplo primo radix 12. cubico multiplicata restituit datum cubum 1728.*

Similiter in exemplo observationis primæ per duplicem multiplicationem radice inventæ & additionem residui redit numerus datus, ut videre est ex sequentibus diagrammatibus.

|      |            |
|------|------------|
| 12   | 87 (1)     |
| 12   | 87 (1)     |
| 24   | 609        |
| 12   | 696        |
| 144  | 7569 (2)   |
| 12   | 87 (1)     |
| 288  | 52983      |
| 144  | 60552      |
| 1728 | 658503 (3) |
|      | 14897 (3)  |
|      | 6734 (1)   |

Ipsa verò analysi cubi pendet ab ejus generis, quam tradidit problema præcedens. Quoniam enim cubus totus constat tot cubis partialibus, quot sunt notæ radice illius; inter binos autem interjacent duæ notæ complementorum; Igitur primis punctis distinguuntur illæ notæ, sub quibus continentur cubi partiales, factæq; à dextimâ notâ (cujus cubus minimus est) initio duæ semper notæ omittuntur.

Deinde quia cubus sinister (id est in ultimo versus sinistram puncto inventus) non saltem maximus est, verum etiam nullis complementis stipatus; ab eo fit initium & in operatione primâ beneficio solius Tabulæ Tetragonice innotescit ejus latus.

Subducto autem hoc cubo sinistro, remanet *gnomo solidus* constans ex sex solidis sive complementis & cubo dextro. Istorum complementorum tria sunt *majora* & inter se æqualia; tria iterum *minora*, & similiter inter se æqualia. Majora basin habent cum cubo sinistro, & altitudinem cum cubo dextro communem: Minora vicissim habent basin cum cubo dextro & altitudinem cum cubo sinistro communem. Igitur in operatione secundâ quando radix inventa quadratur, acquiritur una basis complementorum majorum. At hæc tria sunt & inveniuntur in tertio periodi gradu, qui est centenariorum; Ergo quadratus radice multiplicatur per 300. indeq; ori-

tur divisor, quo mediante inquiritur altitudo complementorum majorum. Hæc in quoro ante notata dum porro ducitur in divisorem, id est in bases trium complementorum majorum, ipsi complementa majora prodeunt *in facto primo*. Pro tribus vero complementis minoribus, ultimus quorus quadratur, ut emergat basis illorum, quæ iterum triplicatur cum tria sint complementa minora, & quidem contenta sub notâ gradus secundæ, qui est denariorum; unde pro 3 assumitur, 30. Tres istæ bases sic collectæ quando multiplicantur per quorum præcedentem, id est, per altitudinem cubi sinistri, *in facto secundo* simul produciuntur tria complementa minora.

Tandem cubus ultimæ notæ prioribus factus additur, quia summa ista componit totum quoniam monem, adeoque ex cubo dato subtrahitur & operatio est absoluta.

### Probl. 16.

Inter duos numeros datos medium continuè proportionalem investigare.

Dati duo numeri inter se multiplicentur per probl. 8. lib. 1. vel per probl. 4. lib. 2. Producti radix quadrata, per probl. 11. vel 13. lib. 2. acquiritur, est medius numerus continuè proportionalis quæsitus, vigore Probl. 67. Lib. 1.

Ut, si quærendus sit medius proportionalis inter

inter 4 & 9? Ductis 4 in 9 produciuntur 36, cujus numeri radix quadrata 6. est medius proportionalis quæsitus. Qualem enim rationem habent 4 ad 6. nempe subsesquialteram per Probl. 45. & 46. Lib. 1. talem quoque habent 6 ad 9. Sunt igitur hi tres numeri 4. 6. 9. continuè proportionales vigore def. 2. cap. 9. Lib. 1.

Eodem modo si inter 4, 5 (1) & 8, 2 (1) inveniendus sit medius proportionalis; Facti 36, 90 (2) radix quadrata 6, 074 (3) exhibet quæsitum.

### Probl. 17.

Inter duos numeros extremos datos, duos medios continuè proportionales indagare.

Dati duo numeri extremi ducantur in se invicem: Eorum *Planus* si porro multiplicetur per datum *extremum priorem*, solidi radix cubica ex Probl. 18. vel 15. patefaciet medium priorem quæsitum. Sin verò *idem planus* multiplicetur per datum *extremum posteriorem*, solidi radix cubica indicabit medium posteriorem quæsitum.

E.g. Quærantur duo numeri medij continuè proportionales inter 4 & 32. Igitur numerus factus à 32 & 4 nempe 128 denuo multiplicatur per 4 & producti 512 radix cubica 8 est mediorum numerus prior.

Similiter *idem planus* 128 per 32, multiplicatus dat solidum 4096, cujus Radix cubica 16 est

mediorum posterior. Sunt igitur jam quatuor numeri continuè proportionales h. l. in ratione subdeplâ 4. 8. 16. 32. adeoque inter duos extremos duo medij ex voto inventi.

*Demonstratio* huius problematis videatur apud Clavius Geom. pract. Lib. 6. prop. 18. pag. 169.

### *Observatio.*

Mediorum numerorum altero juxta præscriptum problematis invento, alter quoque reperitur, inventum multiplicando per remotioris extremum. Producti enim radix quadrata est alter mediorum quæ sitis vigore Probl. 16.

Ut, in allato exemplo, si inter 4 & 32 inventus sit mediorum prior 8, & hic ducatur in 32. Facti 256 radix quadrata 16, exhibet mediorum posteriorem.

### *Caput III.*

#### DE LOGISTICA SEXAGENARIA.

**L**ogistica Sexagenaria est pars Arithmetice specialis, quæ partes temporis & motuum celestium graphico compendio ad terminos progressionis sexagecuplæ geminatæ revocatas numerat.

[ Nomen *Logistica* descendit à verbo Græco λογισθαι, quod generaliter quidem significat ratiocinari, specialiter autem per numeros ratiocinari sive computare. Hinc *Logistica* idem sonat, quod ars supputatrix vel computatoria.

Eoq;

Eoq; respectu à nonnullis pars specialis Arithmetices, ab aliis tota Arithmetica ad usum accommodata, nomine *Logistica* insignita fuit.

*Logistica* autem *Sexagenaria* dicitur à Geometrica progressionem sexagecuplâ geminatâ, quam termini illius observant, ut paulo post patebit.

Vocatur alias hæc *Logistica Sexagenaria* à Barlaamo Græco *Logistica Astronomica*, ab Alstedio *Arithmetica Astronomica*, quippe maximum in Astronomia habet usum; Ab Erasmo Reinholdo *Logistica scrupulorum Astronomicorum*, ex instituto nempe Veterum, ut Ptolomæi, Theonis & aliorum, Græcorum præsertim, qui nonnisi scrupula, in dictâ progressionem sexagecupla numerarunt.

Hanc vero progressionem elegerunt Astronomi ob commoditatem numeri sexagenarii, quippe inter minores numeros habet partes maximè multiplices juxta Probl. 37. part. 1. ]

*Partes temporis* sunt Anni, Menses, dies, Horæ & minuta

*Annus* calculo Astronomico aptissimus est vel *Ægyptiacus* seu *Nabonassaricus* (quo Ptolomæus & Copernicus in suis scriptis utuntur) constans 365. Diebus. Vel *Julianus*, constans diebus 365 & præterea 6 horis. Hic tamen Annus dicitur *communis*; at si 6 illæ horæ residuæ quater sumantur, efficiunt quartum quemvis annum *bissexilem* dierum 366.

*Mensis* est anni pars duodecima. Estq; vel *Aegyptius*, æquabilis semper dierum 30. In fine enim anni appendebantur 5 dies residui. Vel *Ju-  
lianus*, qui subdividitur in plenum dierum 31, & cæ-  
vum dierum 30.

*Pleni* sunt septem, qui continentur hoc versu  
memoriali:

Janua, Mars, Maj9, Jul, August, Octo, Decemb9

*Cavi* sunt reliqui, excepto Febuario, ut Apr-  
pilis, Junius, September & November. Febru-  
arius enim in anno communi constat diebus 28  
in bissextili diebus 29.

*Dies* constat horis 24 æqualibus.

[ Dicitur alias hic dies *naturalis*, ad differentiam  
diei *artificialis*, significantis tempus, quo sol su-  
pra Horizontem moratur. ]

*Hora* est vigesima quarta pars diei naturalis.  
*Minutum* est pars Sexagesima unius Horæ.

*Partes motus Corporum Cælestium* determinan-  
tur Circulo, signis, gradibus & scrupulis.

*Circulus* constat gradibus seu partibus æqua-  
libus trecentis sexaginta.

*Signum* est duodecima pars Circuli, constans  
gradibus 30.

*Gradus* est pars trecentesima sexagesima sui  
circuli.

*Scrupulum* est pars sexagesima unius gradus.

Varia hæ denominationes & partes benefi-  
cio progressionis sexagecuplæ revocantur ad  
tres

tres classes, videlicet ad *integra*, *sexagenas* & *scrupu-  
la*, unde tales in subsequentibus vocantur nu-  
meri *Logistici*.

*Integra* sunt, quæ totum aliquod divisibile  
in partes significant, præcipuè dies & gradus.  
Reliquæ enim species temporis & partes motus  
*maiores*, in has reducuntur.

*Sexagena* (Græcè ἐξηκονάδες) sunt summæ  
multorum integrorum in sexagecupla progressi-  
one collectorum. Intra limites enim numeri  
sexagenarii hic semper manendum est. Hinc  
quoties iste invenitur in integris, toties abjici-  
tur, & toties accedit unitas termino progressio-  
nis accrescentis secundo. Ex hoc iterum abjici-  
untur 60, quoties possunt & emergit terminus  
tertius sive nova species numerorum *Logistico-  
rum*. Idem processus servatur etiam in reliquis.

Dividuntur igitur in sexagenas primas, se-  
cundas, tertias &c.

*Sexagenarum primarum* singulæ valent inte-  
gris sexaginta.

*Secundarum* singulæ valent sexaginta sexage-  
nis primis, sive integris 3600.

*Tertiarum* singulæ valent 60 sexagenis secun-  
dis, sive 3600 sexagenis primis, sive 216000  
integris.

Sequentium sexagenarum valor eodem mo-  
do ex sequentibus terminis progressionis sexa-  
gecuplæ cognoscitur, qui continuè multiplican-

do per 60 acquiruntur juxta Probl. 70. Lib. 6.

*Scrupula* sunt partes integrorum juxta progressionem subsexagecuplam sumptæ. Sicut enim in integrorum collectione ascendebamus per sexagenas, ita hic in distributione unius integri descendimus per scrupula, progressionem sexagecupla decresciente, quoad liber, vel ulius calculi requirit.

Dividuntur similiter in scrupula prima, secunda, tertia & sic deinceps. Canones enim æqualium motuum Ptolomæi descendunt usque ad sextæ; Alphonsini vero progressi sunt usque ad decima.

*Scrupulum primum* est pars sexagesima unius integri.

*Scrupulum secundum* est pars sexagesima unius scrupuli primi, sive pars 3600 ma unius integri.

*Scrupulum tertium* est pars 60 ma unius scrupuli secundi, sive pars 3600 ma unius scrupuli primi, sive pars 216000 ma unius integri.

Numerorum Logisticorum consideranda venit 1. *notatio* 2. *reductio* in numeros vulgares & vice versa vulgarium in Logisticos, 3. *Computatio* tum *simplex* in additione, subtractione, multiplicatione & divisione, tum *comparata*, in partis proportionalis investigatione, & 4. *Radici quadratae extractio*.

Pro

### Probl. 18.

## Numeros Logisticos notare.

Numeri Logistici secundum periodos, sexagenario numero minores, scribuntur ita quidem, ut integra medium occupent locum, & ab illis dextram versus ordine scribantur scrupula prima, secunda, tertia &c. At sinistram versus progrediantur sexagenæ primæ, secundæ, tertiæ &c.

Porro signantur *integra* vel impositâ cifra sive nulla 0, si sunt gradus, vel literâ D, si sunt dies.

*Scrupula* notantur superscriptis virgulis acutis tot, quot periodis distant ab integris.

*Sexagenæ* contrâ virgulis gravibus, pro numero periodorum subinde multiplicatis, signantur.

Tandem *numeri Logistici* dicto jam modo scripti enunciantur juxta species suas, à maximâ, quæ est à sinistris progrediendo ad minimam, & singulis addendo illam denominationem, quam index sive character suprapositus designat. ut;

|     |    |    |    |    |    |
|-----|----|----|----|----|----|
| ''' | '' | '  | D  |    |    |
| 2   | 47 | 36 | 33 | 37 | 30 |

sunt duæ sexagenæ tertiæ, 47 sexagenæ secundæ, 36 sexagenæ primæ dierum, 33 dies, 37 scrupula prima, 30 scrupula secunda.

|           |   |    |     |     |     |        |
|-----------|---|----|-----|-----|-----|--------|
| Similiter | ' | '' | ''' | ''' | ''' |        |
|           | 4 | 39 | 29  | 58  | 32  | sunt 4 |
|           |   |    |     | 05  |     | sexa-  |

sexagena primæ, 39 gradus, 29 scrupula prima  
58 scrupula secunda, 32 scrupula tertia.

*Observatio 1.*

*Virgula numeris Logisticis superscriptæ representant indices terminorum progressionis sexagecuplæ tam accrescentis quam decrescentis, de quibus supra Probl. 71. Lib. 12. Simul tamen innuunt singularum suæ periodi unitatum valorem, æqualem suo termino progressionis sexagecuplæ vulgaris; quippe denominatorum vicem sustinent & numeratoribus suis, modo in fractionibus contrario, superscribuntur, uti ex præcedentibus patet.*

*Observ. 2.*

In hac signaturâ insigne est notationis compendium quo numerus, quantumvis maximus, peculiariter ratione synopticè scribitur & exprimitur. Sic Archimedis numerus, numero arenæ totius globi terreni major, qui 1. cum 39. cifris, compendiosius exprimitur per  $\text{XL.}$  id est per unam sexagenam quadragesimam.

Itemq; maximo numero Clavij, superantem numerum arenæ replentis concavum firmamentum (qui est 1. cum 51 cifris) longe major est una sexagena quinquagesima prima, quæ hoc modum notatur

LI.  
1.

Præ

*Probl. 19.*Numeros vulgares integros  
ad Logisticos reducere.

Dati numeri vulgares integri continuè dividantur per 60. donec resultet quotus eodem minor. Residuum enim semper exhibet numerum ejuadem speciei & denominationis; At quotus largitur numerum speciei proximè majoris. E.g.

Sint completi anni Juliani 1652 reducendi in sexagenas dierum. Igitur factâ prius dati numeri annorum multiplicatione per  $365\frac{1}{4}$  ut emergant dies 603393. ipsa reductio perficitur juxta diagramma sequens.

$$\begin{array}{r} 3 \qquad 3 \qquad 4 \\ 603393 \left( \begin{array}{c} 10056 \\ 6 \end{array} \right. \left( \begin{array}{c} 167 \\ 60 \end{array} \right. \left( \begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array} \right. \end{array}$$

Nimirum datos dies divido in 60. & remanent 33 dies. Quotus vero primus 10056 similiter divisus per 60. relinquit 36 sexagenas primas dierum. Rursus ex quoquo secundo 167. diviso in 60 remanent 47 sexagenæ secundæ dierum, & prodit quotus tertius 2 sexagecario minor, significans sexagenas tertias dierum. In eo igitur est acquiescendum, datiq; anni efficiunt

$$\begin{array}{r} \text{M} \qquad \text{L} \qquad \text{X} \qquad \text{D.} \\ 2 \qquad 47 \qquad 36 \qquad 33. \end{array}$$

Obfer.



*Observatio*

Huius problematis beneficio tempus v-  
gare convertitur in Astronomicum, & præpar-  
tur ad usum calculi motuum æqualium. For-  
tamen hæc, quæ in allaro & sequentibus ex-  
plis spectatur, dicitur *Alphonsina* ad differenti-  
formæ *Copernici*. Hic enim Annos Julianos con-  
vertit in Annos Ægyptios, istorumq; Annorum  
sexagenas. In reliquis ambæ formæ conveniunt.

*Probl. 20.*Numeros vulgares fractos  
in Logisticos convertere.

Fracti numeri vulgaris Numerator ductus  
in 60, productumq; dividatur per denominatorem.  
Quotus enim exhibebit scrupula prima.  
Ex residuo, si quod est, similiter eliciantur se-  
cunda & tertia.

E. g.

Sint 15 horæ convertendæ in scrupula diei.  
Quoniam fractio talis  $\frac{15}{24}$  hoc loco datur; igitur  
15 multiplicatis per 60 producuntur 900, quæ  
divisa per 24 dant in quoto 37 scrupula prima.  
Quæ vero remanent 12 rursus multiplicando  
per 60, & factus 720 dividitur in 24 unde relin-  
quant 30 scrupula secunda. Hoc pacto 15 horæ

convertæ sunt in 37' 30" scrupula diei. *Sicut*

Similiter si quærat<sup>ur</sup>  $\frac{2}{3}$  unius gradus quot  
efficiant minuta? Resp. 40. Reductio enim  
fit per Probl. 16. Lib. I. hoc modo:

$$\begin{array}{r} 60 \quad 120 \\ \frac{2}{120} \quad 3 \quad 40 \end{array}$$

*Probl. 21.*Numeros Logisticos ad  
vulgares reducere.

Dati numeri Logistici continuo multiplicen-  
tur per 60. initium tum in sexagenis tum in scru-  
pulis faciendo à specie maximâ; Productis au-  
tem singulis addantur notæ speciei proximè mi-  
noris. Hoc facto, sexagenæ reductæ sunt in  
vulgarem numerum integrorum.

Ex scrupulis vero productus est Numerator  
fractionis vulgaris, cujus denominator est in-  
finiæ speciei valor in integro, sive integrum in  
minimam speciem datorum scrupulorum reso-  
lutum.

E. g. Sint  $\frac{2}{3}$   $\frac{47}{36}$   $\frac{33}{33}$  D  
convertendæ in numeros vulgares? Operatio instituitur  
hoc modo:

Nam

$$\begin{array}{r} 2''' \\ 60 \\ \hline 167'' \\ 60 \\ \hline 10056' \\ 60 \\ \hline 603393^D \end{array}$$
 Nam bis 60 sunt 120. additisq;  
 fiunt 167. Quæ si rursus per 60 m-  
 tiplicentur & producto 10020  
 dantur 36 emergunt 10056. His por-  
 multiplicatis per 60. producto  
 603360 additis 33. colliguntur quæ  
 fiti dies 603393.

Sic 37 30 scrupula diei, beneficio diei  
 multiplicationis reducuntur ad hanc vulgarem  
 fractionem  $\frac{3730}{3600}$  sive  $\frac{5}{2}$  D. per Probl. 14 part.  
 d est, ad horas 15 per Probl. 16. part. 1.

### Problema 22.

### Numeros Logisticos addere

Species similes sub similibus collocen-  
 perpendiculariter & subtus ducatur linea recta  
 Tum facto à dextris initio juxta obs. 3. Probl.  
 part. 1. numeri ejusdem speciei colligantur  
 unam summam; Ea quoties continet 60. toties  
 1. adjicitur speciei proximè majori; Reliquæ  
 verò suæ speciei subjicitur directè, eodem  
 caractere notatur.

E. g.

Detur æqualis motus ☉ ad 1. diē  
 ad 2 dies  
 Qu. æqualis motus ☉ ad tres dies?  
 Quæ est

Obje

### Observatio 1.

Usus Additionis Logisticæ potissimum spe-  
 ctatur (1.) in constructione Tabb. motuum æqualium, ut  
 exemplum præcedens digito quasi monstrat. (2.)  
 in multiplicatione Logistica de qua Probl. 24. (3.) in  
 investigandis mediis seu æqualibus moribus ad tempus  
 quodcunq; datum. Sic ad tempus vulgare 1652  
 A. o D. 15 H. per Probl. 19 & 20 hujus, calculo  
 Astronomico accommodatum & conversum in

$$\begin{array}{ccccccc} & & & D & & & \\ 2 & 47'' & 36' & 33 & 37' & 30'' & \end{array}$$
 invenitur medi-  
 us motus Solis per additionem ex Tabb. Belgicis  
 hoc modo:

|                 | ''' | '' | '  |    | ''' |  |                   |
|-----------------|-----|----|----|----|-----|--|-------------------|
| 2               | 4   | 39 | 29 | 58 | 32  |  | Nimirum cum       |
| 47''            | 1   | 31 | 28 | 14 | 25  |  | tempore Astro-    |
| 36'             | 5   | 28 | 59 | 50 | 59  |  | nomico per par-   |
| 33 <sup>D</sup> |     | 32 | 31 | 34 | 52  |  | tes fit ingressus |
| 37'             |     |    | 36 | 28 | 8   |  | in tabulam me-    |
| 30''            |     |    |    | 29 | 34  |  | dij motus solis,  |
| Epocha          | 4   | 38 | 36 | 34 |     |  | & in columnis     |
|                 |     |    |    |    |     |  | tam sexagenariū   |
|                 |     |    |    |    |     |  | quam dierum,      |
|                 |     |    |    |    |     |  | fronti Tabulæ     |
|                 |     |    |    |    |     |  | inscriptarū, de-  |
|                 |     |    |    |    |     |  | scendendo do-     |

Med. ☉ quæ sit 4 51 43 10 30  
 necè regione occurrat numerus temporis, excer-  
 puntur sexagenæ motus sexagenario minores, se-  
 quentibus juxta ordinem speciebus reliquis. Si-  
 mili-

militer agitur cum scrupulis, dummodo columnarum ius correspondentium inscriptio quæritur in calce Tabulæ, uti ex collatione ipsius Tabulæ æqualis seu medijs motus Solis ad oculum patet. Epochæ tandem arguit æqualem motum ☉, qui fuit sub initium Annorum Christi Salvatoris, proinde addenda est ex calce Tabulæ.

### Observ. 2.

*In motuum celestium computationibus non ascendimus ultra sexagenas primas, nec eas supra quinque numeramus; quia sex sexagenæ primæ jam constituant circulum. Igitur in additione, quoties possunt, abjiciuntur, cum illud propriè non quæritur, quoties stella à tempore Nativitatis Christi periodum suam absolverit, sed quantum distat à principio Arietis ad tempus datum. Sic in præcedenti exemplo colligebantur quidem 16 sexagenæ primæ, at abjectis 12 tanquam duobus circulis, residuæ 4 saltem sunt subscriptæ.*

Idem quoque observatur semper, quando ex Tabulis numerus excerpitur.

Examen numerorum Logisticorum instituitur uti in numeris vulgaribus Probl. 6. Lib. 1.

### Probl. 23.

**Numeros Logisticos ab invicem subtrahere.**

Numerus subtrahendus secundum similes denominationes subjiciatur ei, à quo fieri debet sub-

subtractio, & instituaturs operatio vulgari modo juxta Probl. 7. part. 1. Denominatio periodorum residui est eadem cum denominatione periodorum superiorum. Ut

|        |   |    |    |    |    |
|--------|---|----|----|----|----|
| si ex  | 4 | 50 | 36 | 5  | 43 |
| subtr. | 1 | 38 | 7  | 21 | 25 |

|         |   |    |    |    |    |
|---------|---|----|----|----|----|
| remanēt | 3 | 12 | 28 | 44 | 18 |
|---------|---|----|----|----|----|

Hoc loco 5 non possunt demi ex 3, ergo ex 10, appositique puncto sequenti binario remanēt 5, quibus adduntur illa tria & fiunt 8. Porro tribus sublatis ex 4 remanet 1. Hinc subscripta sunt 18". Idem processus servatur etiam in reliquis periodis.

### Observ. 2.

*Si nota secunda cujuslibet periodi inferioris fuerit minor sua superiore; ex proximâ periodo sinistra mutuetur unitas in alteram denominationem vertenda juxta observ. 4. Probl. 7. part. 1.*

Sic in periodo secunda præcedentis exempli, uno sublato ex 5 remanent 4. At duo non possunt subtrahi ex nihilo; Ergo ex præcedente periodo mutuo accepta unitas resolvitur in 60. & in signum hujus rei punctum apponitur ad 7. Hinc 2 sublatis ex 6 remanent 4. Summatim 44.

P

Obser-

*Observ. 2.*

In motibus cœlestibus si ultima (versus sinistram) periodus numeri superioris fuerit minor suâ inferiore; addatur illi integer circulus, ut subtractio sit possibilis.

|                  |   |    |    |    |
|------------------|---|----|----|----|
| Ut, si ex        | 1 | 35 | 46 | 28 |
| subtrahi debeant | 4 | 17 | 24 | 5  |

|          |   |    |    |    |
|----------|---|----|----|----|
| remanent | 1 | 18 | 22 | 23 |
|----------|---|----|----|----|

Examen subtractionis Logisticæ & vulgaris ex Probl 7 Lib. I. coincidit.

*Probl. 24.*

## Numeros Logisticos multiplicare.

Numero Multiplicando subternatur Multiplicans citra denominationis respectum, ita ut à dextris periodus prima primæ, & reliquæ reliquis exactè respondeant. Hoc facto, Multiplicantis tota periodus dextima juxta ordinem (à dextris versus sinistram progrediendo) ducatur in singulas species Multiplicandi beneficio Canonis sexagenarii, querendo duorum in se ducendorum numerum minorem vel in calce aut in lineâ diagonali Canonis (si est infra 30) vel in fronte (si trigenarium excedit) At majorem in margine sinistro vel dextro. Utrique enim si applicetur norma,

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 60 | 59 | 58 | 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 |
| 60 | 59 | 58 | 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 |
| 59 | 58 | 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 |
| 58 | 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 |
| 57 | 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 |
| 56 | 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 |
| 55 | 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 |
| 54 | 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 |
| 53 | 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 |
| 52 | 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 |
| 51 | 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 |
| 50 | 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 |
| 49 | 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 |
| 48 | 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 |
| 47 | 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 |
| 46 | 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 |
| 45 | 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 |
| 44 | 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 |
| 43 | 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 |
| 42 | 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 |
| 41 | 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 |
| 40 | 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 |
| 39 | 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  |
| 38 | 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  |
| 37 | 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  |
| 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  | 6  |
| 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  | 6  | 5  |
| 34 | 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  | 6  | 5  | 4  |
| 33 | 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  |
| 32 | 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2  |
| 31 | 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2  | 1  |
| 30 | 29 | 28 | 27 | 26 | 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9  | 8  | 7  | 6  | 5  | 4  | 3  | 2  | 1  | 0  |

ma, vel si in columnâ minoris fiat descensus usq; ad lineam majoris, in angulo communis concursus offertur numerus productus, qui vulgari modo illis, unde oritur, ordine & directè subscribitur: Nihil tamen hic mente reservatur, sed sinistra periodus facti particularis, si qua fuerit, sub periodo sequente locatur.

Operatione hoc modo absolutâ, numeri perpendiculariter sibi subjecti, per probl. 22. hujus, colligantur in unam summam; Ea exhibet factum quæsitum.

Restat tamen facti denominatio, quam suggerit distichon sequens:

*Unius adde notas generis, sed deme duorum;*

*Ultima producti provenit inde nota.*

Cujus sensus hic est: Inspiciatur dextima periodus utriusq; numeri dati; Istæ enim si fuerint *eiusdem generis*, id est, vel sexagenæ, vel integra, vel scrupula tantum; *addantur characteres* earû & summa indicabit speciem emergentem *generis ejusdem*. Contrâ si fuerint *diversi generis* (ut quando sexagenæ vel integra in scrupula sunt ducta & *vicissim*) *characteres* ab invicem *subtrahantur* & residuum manifestabit speciem emergentem *generis vincti*, id est, illius cujus denominatio numero virgularum alteram datam excedit. Cum igitur character seu denominatio primæ à dextris periodi jam constet; periodis reliquis convenientis character & denominatio facile assignari potest.

teric per ordinem notationis ex Probl. 18 hujus

$$\begin{array}{r}
 \text{E.g. Dentur } 2 \quad 48 \quad 13 \quad 38 \\
 \text{Multipl. per} \quad \quad \quad 25 \\
 \hline
 0 \quad 20 \quad 5 \quad 15 \quad 50 \\
 50 \quad 0 \quad 25 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{Factus est } 1 \quad 10 \quad 5 \quad 40 \quad 50$$

Multiplicandam 25 pono sub 38 etiam si denominationes sint diversæ, cumque quæro in lineâ diagonalicæ canonis, cuius autem columnæ præscriptus invenitur numerus iste 25, in eâ per areolas aliquot descendendo usque ad lineam, quæ numerum majorem 38 præfixum habet in margine sinistro aut dextro, ibi reperio illorum duorum factum 1550. Igitur 50 sub 25 & 15 sub 13 colloco. Porro sunt 13 & 25 in se ducenda. Quia vero minor illorum est 13, similiter illum in diagonali quæro & majorem, 25, in margine sinistro. Sic cellula communis exhibet factum 525, quorum priorem numerum, 25, sub 13, at 5 sub periodo sequente statuo. Eodem modo 25 in 48 ducta efficiunt 200: Proinde 0 sub 48 & 20 sub 2 scribo. Tandem bis 25 sunt 50. sub suo Multiplicando ponenda. Cumque operatio jam peracta sit, addo factos particulares, perpendiculariter sibi subiectos. Hinc producantur 1 10 5 40 50. Pro obtinendâ autem eorundem denominatione, video 38 & 25 esse ejusdem generis, nempe scrupulorum, igitur addo eorum characteres /// & / ut ementur

Multiplicandam 25 pono sub 38 etiam si denominationes sint diversæ, cumque quæro in lineâ diagonalicæ canonis, cuius autem columnæ præscriptus invenitur numerus iste 25, in eâ per areolas aliquot descendendo usque ad lineam, quæ numerum majorem 38 præfixum habet in margine sinistro aut dextro, ibi reperio illorum duorum factum 1550. Igitur 50 sub 25 & 15 sub 13 colloco. Porro sunt 13 & 25 in se ducenda. Quia vero minor illorum est 13, similiter illum in diagonali quæro & majorem, 25, in margine sinistro. Sic cellula communis exhibet factum 525, quorum priorem numerum, 25, sub 13, at 5 sub periodo sequente statuo. Eodem modo 25 in 48 ducta efficiunt 200: Proinde 0 sub 48 & 20 sub 2 scribo. Tandem bis 25 sunt 50. sub suo Multiplicando ponenda. Cumque operatio jam peracta sit, addo factos particulares, perpendiculariter sibi subiectos. Hinc producantur 1 10 5 40 50. Pro obtinendâ autem eorundem denominatione, video 38 & 25 esse ejusdem generis, nempe scrupulorum, igitur addo eorum characteres /// & / ut ementur

mergant ///. vigore Probl. 72. Lib. 1. hujus & elem. 5. cap. 5. de Num. figur. Schoneri. Hinc dico 50 esse scrupula quarta, adeoque 40 scrupula tertia, 5 scrupula secunda, 10 scrupula prima & gradum unum.

### Observ. 1.

Canon sexagenarius (aliàs Canon Hexacontadon, Tabula sexagenaria & Abacus Logisticus dictus) propriè *construitur in formâ Trianguli rectanguli majoris, cujus circa constituunt numeri sexagenario minores, in serie naturali ad angulum rectum dispositi, Arcum vero particulares producti Logistici: Commodioris tamen tractationis gratiâ dividitur in duo segmenta, quorum prius constat formâ Trapezy, posterius formâ Trianguli minoris, ita inversi, ut numeri basios trigenario majores, in superiori linea transversali ordine retrogrado progrediantur. Hoc autem pacto licet illa segmenta coalescant in formam Parallelogrammi oblongi, tamen duabus diagonalibus, alterâ Trapezio, alterâ Triangulo propriâ circa vacuum spatium manifestè satis discriminantur.*

Porro ducuntur lineæ rectæ, basi *parallele*, inter binos quosvis numeros laterales, & à basi eriguntur *perpendiculares* post singulos ejus numeros, tanto spatio, quod duabus speciebus numerorum Logisticorum sufficit, disjunctos & existent areolæ oblongæ.

Tan-

Tandem numeri laterales singuli vulgaris modo multiplicantur per singulos numeros transversales, factâq; producti vulgaris per probl. 19 hujus reductione in Logisticum, hic inseritur areolæ seu cellulæ oblongæ, suis factoribus orthogonaliter competenti. Atq; sic constructa Tabula gratissimo compendio inservit difficilioribus operationibus Logisticis, quales sunt multiplicationes, divisiones nec non extractiones radicum, uti vel ex hoc exemplo multiplicationis ad oculus patet.

Sint  $12^{\circ} 45'$  multiplicanda per 3 horas: sic operor vulgariter

|                        |                  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
|------------------------|------------------|--|---|---|---|----|--|--|---|---|---|---|---|---|
| 1. Resolvendo          | $12^{\circ} 45'$ | multipl. $12^{\circ} 45'$  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| interced. multipl. per | $60'$            | simplicit. per $8^H$   |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| in minuta              | $765$            | <table style="margin: 0 auto;"> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="text-align: right;">6</td><td style="text-align: right;">0</td></tr> <tr><td colspan="3" style="border-top: 1px solid black; text-align: right;">36</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="text-align: right;">0</td><td style="text-align: right;">0</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="text-align: right;">4</td><td style="text-align: right;">0</td></tr> </table> | 1 | 6 | 0 | 36 |  |  | 1 | 0 | 0 | 1 | 4 | 0 |
| 1                      | 6                | 0  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| 36                     |                  |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| 1                      | 0                | 0  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| 1                      | 4                | 0  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| 2. ea multiplic. per   | $8^H$            |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| & 3. productū re-      | $6120$           |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |
| ducendo                | $60$             |  |   |   |   |    |  |  |   |   |   |   |   |   |

Utrobique sunt  $1^{\circ} 42' 0''$  quippe multiplicans & multiplicandus sunt diversi generis, adeoque & putantur integra, quorum index 0. Hæc vero 0 sublata à / relinquit/, unde  $42$  sunt gradus, & sexagena prima.

Ob

### Observ. 2.

Si duæ vel plures sint species Multiplicantis; cum singulis agatur juxta præscriptum problematis, sub hac tamen cautela, ut prima periodus facti semper penultimæ superiorum periodorum, id est, suæ speciei Multiplicantis subjiciatur, reliquis ordine succedentibus.

E.g. diurnus motus  $\Delta$  à  $\odot$  est  $12^{\circ} 11' 26'' 41'''$   
 Quæritur annuus motus  $\Delta$  à  $\odot$ , sive

|    |   |    |    |    |
|----|---|----|----|----|
| 1  | 0 | 2  | 3  | 25 |
|    | 0 | 55 | 10 |    |
| 1  | 1 | 2  | 4  | 6  |
| 12 | 6 | 36 |    |    |

Factus quæsitus est  $2^{\circ} 9' 37'' 19''' 25''''$   
 Ex singulis enim speciebus Multiplicantis oriuntur duo ordines productorum partialium; quibus additis, ultima species facti totalis significat scrupula tertia 25. atq; sic constat denominatio reliquarum.

A facto tamen per obs. 2 Probl. 22 hujus abjiciuntur tum  $1''$  tanquam 10 circuli, tum  $12'$  tanquam duo circuli, & residuæ  $2'$  saltem subnotantur.

P 4

Pro-



## Probl. 25.

Numeros Logísticos divi-  
dere.

Divisor vulgari modo subjiçiatur primæ & sinistris, aut (si hac ipsa major fuerit) secunda periodo dividendi non attentâ denominatione, & quærat<sup>r</sup> vel in margine vel in fronte Canonis Logistici. Quibus vero inclusus deprehenditur parallelis aut perpendicularibus, inter illas investigetur numerus dato dividendo vel æqualis vel proximè minor; E regione enim illius & quidem ad angulum rectum exhibetur in fronte vel margine Quotus, qui post lunulam à dextris est scribendus & in totum Divisorem ducendus. Factus iste tollatur ex dividendo, & residuo superannotato promoveatur Divisor in locum sequentem; ubi dicta operatio repetitur, donec ad ultimam periodum deveniatur.

E. g. Sint  $\overset{0}{44} \overset{1}{3} \overset{2}{34} \overset{3}{24}$  dividenda in  $\overset{16}{16}$   
 $\overset{12}{44} \overset{6}{3} \overset{16}{34} \overset{24}{24}$  Ergo Divisor  $\overset{16}{16}$   
 $\overset{16}{16} \overset{16}{16} \overset{16}{16}$  collocatur sub  $\overset{16}{44}$   
 & quæritur in  
 margine sinistro

Trapeziji, ejusq; linea 16. ea in hac vero linea justè ordinem inveniuntur hi facti, 0 16. 0 32. 0 48. Cumq; posteriorum duorum alter sit minor, alter major dato 44. & ipse datus hic non exteri

assumi

assumitur proximè minor 0 32 ex columna, binario in calce & linea diagonali notata. Hinc concluditur 16 in 44 contineri bis (id quod hoc loco ex vulgari etiam divisione constabat) & 2 in loco Quoti scripta ducuntur in 16. Factus vero 32 sublatus à 44 relinquit 12 supracancellatum Dividendum 44 scribenda. Sic absoluta est operatio prima. In secundâ, divisore 16 sub 3 locato, ingredior ejus columnam cum dividendo 12 3, & areolis aliquot perlustratis, proximè minorem 12 0 inveniò in linea 45 Trapeziji, si-vecè regione numeri marginalis 45. Hunc igitur Quotum 45 post lunulam scribo; at factum 12 0 à 12 3 subduco, & remanent 3. In tertiâ operatione rursus promotò divisore inquiritur subsidio lineæ 16. quoties 16 contineantur in 3 34 & inventus proximè minor 3 28 ostendit in diagonali 13. Hoc igitur Quoto reliquis appofiro, post facti subtractionem à suo dividendo remanent 6.

Tandem in quarta & ultima operatione 16 in 6 24 continentur 24 & remanet nihil. Quatuor igitur hisce operationibus jam inventus est Quotus quæsitus 2 45 13 24. Sed denominatiq; ejus adhuc desideratur, quam sequentia tradunt præcepta.

Operationibus omnibus dicto jam modo absolutis, denominatio dextimæ speciei in Quoto sumitur à dextimâ specie Divisoris & Divi-

dendi. Hæ enim si fuerint *ejusdem generis*; characteres earum *subtrahuntur* per Probl. 73, Lib. 1. hujus & elem. 10. cap. 5. de Num. figur. Schoneri; & relinquitur species emergens ejusdem quidem generis, quando Dividendi species est major; At contrarij generis, quando Dividendi species est minor specie divisoris, juxta elem. 13. cit. cap.

Sin dextima species dividendi & divisoris fuerint *diversi generis*; addantur earum characteres & summa dat speciem emergentē ejusdem generis cum specie dividendi, vigore elem. 15 citati cap. 5 de Num. figur. Schoneri.

Facilius forsan species emergens cognoscitur ex analogia divisionis (ut dividendus ad divisorem, sic Quotus ad unitatem seu integrum) juxta distichon sequens:

*Quo scilicet fuerit majorve minorve secans,  
Hoc minor est, majorve integritate Quotus.*

Sensus est: Quot intervallis dividendus distat à divisore, tot intervallis, eodem ordine numeratis, Quotus etiam distat ab integro. Tabula autem intervallorum ex Probl. 18 hæc est:

|                 |                 |                 |                 |                 |                 |                |                |                |                |                |                |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 <sup>us</sup> | 2 <sup>us</sup> | 3 <sup>us</sup> | 4 <sup>us</sup> | 5 <sup>us</sup> | 6 <sup>us</sup> | 1 <sup>a</sup> | 2 <sup>a</sup> | 3 <sup>a</sup> | 4 <sup>a</sup> | 5 <sup>a</sup> | 6 <sup>a</sup> |
| 4 <sup>a</sup>  | 3 <sup>a</sup>  | 2 <sup>a</sup>  | 1 <sup>a</sup>  | Integra         | 1 <sup>a</sup>  | 2 <sup>a</sup> | 3 <sup>a</sup> | 4 <sup>a</sup> | 5 <sup>a</sup> | 6 <sup>a</sup> |                |
|                 |                 |                 |                 |                 |                 | Sexagenæ       |                |                |                |                |                |
|                 |                 |                 |                 |                 |                 | Scrupula       |                |                |                |                |                |

Ut; in allato exemplo, dextima species dividendi & divisoris erant ejusdem generis, nempe scrupula; Igitur subtrahō / à /// & remanent //

quip-

quippe dextima species dividendi est major specie dextimâ divisoris; hinc genus non mutatur.

Vel juxta modum secundum; Quoniam character dividendi /// duobus intervallis, ordine retrogrado numeratis, abest à characterē divisoris /. Ergo duobus etiam intervallis ordine retrogrado numeratis character Quoti distat à 0. In tantâ autem distantia inveniuntur //. Hinc dico dextimam speciem Quoti, nempe 24 esse scrupula secunda, adeoque 13 ser. prima, 45 gradus, 2 sexagenas secundas.

Sic ex sexag. 3<sup>a</sup> in sexag. 2<sup>a</sup> divisio emerg. sexag. 1<sup>a</sup>  
 Ex scrupulis 3<sup>a</sup> in scrup. 2<sup>a</sup> divisio emerg. scrup. 1<sup>a</sup>  
 Ex scrup. 2<sup>a</sup> in scrup. 3<sup>a</sup> divisio emerg. sexag. 1<sup>a</sup>  
 Ex sexag. 3<sup>a</sup> in scrup. 2<sup>a</sup> divisio emergunt sexag. 5<sup>a</sup>  
 Ex sexag. 2<sup>a</sup> in scrup. 3<sup>a</sup> divisio emerg. sexag. 5<sup>a</sup>  
 Ex scrup. 3<sup>a</sup> in sexag. 2<sup>a</sup> divisio emerg. scrup. 5<sup>a</sup>  
 Ex scrup. 2<sup>a</sup> in sexag. 3<sup>a</sup> divisio emerg. scrup. 5<sup>a</sup>.

Porro datur D à ☉ æqualis motus annuus

1 14 9 37 19 25 & quæritur D à ☉  
 motus diurnus?

|   |    |   |    |    |    |   |    |    |    |    |
|---|----|---|----|----|----|---|----|----|----|----|
| I | 14 | 9 | 37 | 19 | 25 | ( | 12 | 11 | 26 | 41 |
|   | 6  | 5 |    |    |    | ) |    |    |    |    |

Hic prima divisoris periodus, nempe 6 non sub primâ periodo dividendi, videlicet 1, tanquam se minore, sed sub secunda 14 statuitur & altera perio-

periodus, quæ est 5, sub sequente, hoc loco collocatur, uti in divisione vulgari. Deinde inquit in Tabula Hexacontaden quoties non totus divisor compositus, sed saltem prima ejus species, videlicet 6 haberi possit in 114, atq; in columnâ senarij deprehendo duodecies. Igitur post lunulam scribo 12 & hunc duco in totum divisorem 65 unde factus est 1130, quo ex 1149 sublato remanent 19. Similiter 6 in 19 continentur 3 es & factus 165 post subtractionem relinquit 242. Rursus ex his invenio quotum 26. & factum 23810 ex suo dividendo 24219 subduco, unde remanent 49. Tandem 6 in 49 continentur quadragies semel. Ergo 41 in quoto annoto, factumq; 4925 ex dividendo subtrahō & remanet 0.

Totus igitur Quotus sive, Lunæ à Sole di-

urnus motus quaesitus est 12 11 26 41 quippe dextima species divisoris, nempe 5 significabat integra, adeoq; 0 à // sublata remanent ///.

### Observatio 1.

Si divisor pluribus constet periodis quàm dividendus huic adjiciantur tot cifrae, quot sufficiunt & per singulas unitate augeatur data denominatio dividendi.

E. g.

Sint

Sint 11 38 25 27 dividenda per 12 11 26 42? In collocatione deprehenditur divisor una periodo superare dividendum; igitur huic addo unam cifram, significentem scrupula 4<sup>ta</sup> & divisionē instituo præcedenti modo, ut ex adjecto diagrammate planius constat.

|    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|
|    | 11 | 38 | 24 | 0  | 58 |
| 11 | 38 | 25 | 27 | 0  | 58 |
|    | 12 | 11 | 26 | 42 |    |
| 11 | 10 | 25 | 40 | 36 |    |
|    | 36 | 3  | 8  |    |    |
| 11 | 46 | 28 | 48 | 36 |    |

### Observatio 2.

Post subtractionem si notabile fuerit residuum; ei adjiciantur aliquot cifrae & continuetur divisio.

Utin præcedente exemplo observ. 1. Quotus exhibebat duntaxat scrupula 1<sup>a</sup> unde residuum satis est notabile: Ergo adjicio adhuc duas cifras, ut in dividendo sint scrup. 6<sup>ta</sup> & continuatâ divisione totus Quotus est 58' 52" 50". Quam nunc verò remanent 390 ut nullius momenti, plane negliguntur.

Examen Multiplicationis & divisionis Logistica est reciprocum, uti ex exemplis in hoc & præcedenti Problemate allatis dispalescit.

Pro-

## Probl. 26.

**Dato numero laterali, in Tabula non extante, ipsi competentem numerum arealem venari.**

Tabulæ Astronomicæ (exceptis Tabb. æqualium motuum) nunquam extenduntur ad minutissimas partes, ne onerent vel mole nimia uterentur, vel majore pretio ementes: Sed subsistunt pleræque in scrupulis primis, nonnullæ etiam in gradibus, spatio satis notabili in cælo proindeque ulterius subdividendo: (Gradum enim dimidium circiter in cælo repræsentat diameter Lunæ pleno orbe lucentis, & minutum primum ferè refert diameter stellæ magnitudinis tertiæ, quæ à Tychone, Atlante illo Danico, statuitur undecim vicibus major Tellure) Numerus igitur Tabulari opus est ut limitetur parte proportionali, vel addendâ eidem vel subtrahendâ, prout sequens numerus tabularis vel crescit vel decrescit. Pars ista proportionalis investigatur quidem juxta præscriptum Regulæ Trium in Probl. 78. part. 1. Logistice multiplicando terminum secundum in tertium per Probl. 24, & factum Logistice dividendo per terminum primum juxta Probl. 25 hujus part. 2. Dispositio tamen datorum numerorum variat, cum numerus quæsitus jam sit arealis, jam lateralis & quidem ex Tabula (aut columna Tabulæ) vel una vel duabus eruendus. Hinc quatuor requiruntur

runtur Problemata, quæ quatuor hosce casus partis proportionalis investigandæ persequantur. Primus igitur illorum proponitur hoc problemate; reliqui tres sequentibus tribus. Operatio autem instituitur hoc modo:

In latere sinistro Tabulæ convenientis descendendo quæraturnumerus lateralis dato tum proximè minor, tum proximè major; His exscriptis, lineâ prius interjectâ à dextris, adjungatur cuique suus numerus arealis, directè progrediendo ex columna conveniente depromptus, & post aliam lineam, assumpto laterali numero minori subjiciatur numerus datus. Porro sub numeris excerptis ducatur linea recta, & factâ semper minoris à majore (sive superiorem sive inferiorem locum teneat) subtractione juxta Probl. 23, talis instituaturn argumentatio:

*Sicut sese habet differentia excerptorum numerorum lateraliurn — ad differentiam arealium — ita differentia lateraliu minoris & dati — ad partem proportionalem numero areali præcedenti addendam, si sequens est major, at subtrahendam, si sequens numerus arealis est minor.*

E. g. Sit quærenda declinatio Solis versantis in 20 36 V. Evolve igitur in Astronomia sphaerica Tabulam declinationum Eclipticæ (quia Sol in Ecliptica semper incedit) & in ejus latere sinistro descendo, donec occurrat gradus 20.

¶ regio-

E regione illius in columna, cui datum signum<sup>y</sup> superscriptum est, invenio hosce numeros arcus 7 50' 19" quos una cum proximè sequentibus transcribo & ab invicem subtrahō uti in adjecto diagrammate videre est.

Sic enim dantur tres numeri proportionales: Ergo

ductis 36' in 22'

37" oritur factus

13 34' 12" dividendus per terminum primum. At hic

est unitas, quæ nō

dividit; & deno-

minatio ejus o nihil subtrahit à denominatione facti. Hinc ipse factus simul est pars proportionalis quæ sita, h. l. addenda, quoniam sequens numerus arcualis est major. Si igitur addatur ad arcalem priorem, conflatur vera declinatio Solis quæ sita 8 3' 53" borealis. Scrupula enim tercia propter parvitatem negliguntur.

Haud aliter tum ex Ephemeridibus eruuntur loca Planetarum, si dies resolvatur in 24 Horas tum in Astronomia Theorica limitantur prospectus phæreses motuum æqualium, ut innotescant motus veri, præsertim si conferatur sequens observatio.

|                            |   |    |    |        |
|----------------------------|---|----|----|--------|
| 20                         | 7 | 50 | 19 | 0      |
| 21                         | 8 | 12 | 56 | 20 36' |
| <hr/>                      |   |    |    |        |
| 1 — 22' 37" — 36'          |   |    |    |        |
| <hr/>                      |   |    |    |        |
| 13 22 12                   |   |    |    |        |
| <hr/>                      |   |    |    |        |
| 12                         |   |    |    |        |
| <hr/>                      |   |    |    |        |
| 13 34' 12" pars prop. add. |   |    |    |        |
| <hr/>                      |   |    |    |        |
| 7 50' 19"                  |   |    |    |        |
| <hr/>                      |   |    |    |        |
| 8 3' 53" decl.             |   |    |    |        |

⊙ quæ sita minatio ejus o nihil subtrahit à denominatione facti. Hinc ipse factus simul est pars proportionalis quæ sita, h. l. addenda, quoniam sequens numerus arcualis est major. Si igitur addatur ad arcalem priorem, conflatur vera declinatio Solis quæ sita 8 3' 53" borealis. Scrupula enim tercia propter parvitatem negliguntur.

Haud aliter tum ex Ephemeridibus eruuntur loca Planetarum, si dies resolvatur in 24 Horas tum in Astronomia Theorica limitantur prospectus phæreses motuum æqualium, ut innotescant motus veri, præsertim si conferatur sequens observatio.

E. g. Sic ex Ephemeridibus Dn. Eichstadij elicienda longitudo seu verus locus Lunæ ad horam 9 & minutum 15 post meridiem diei 6 Februarij, stylo veteri, Anno Christi 1653. Hic tamen brevitatis gratia præsupposito, quod tempus illud jam sit æquatum & reductum, cum in usu Ephemeridum & in Geographicis fufius hac de re & ex professo agatur.

Igitur in Ephemeride anni 1653 evolvo mensē Februariū, & excerpō longitudinem Lunæ ad diē 6 & 7 ejusdem, factāq; subtractione numeri superioris ab inferiore, resolvo 1 diē primiloci in 24 horas & argumentor:

|                           |         |          |                |
|---------------------------|---------|----------|----------------|
| H                         | 6 Febr. | 12       | 50'            |
| 24 — ad motum             | 7       | 24       | 36             |
| Lunæ diurnum 11 46' —     | D       | 1        | 11 46' — 9 15" |
| sic tempus æquatum & re-  | H       | 24       | 9 15"          |
| ductum 9 15' ad partem    |         | 2        | 11 30          |
| proportionalem 4 32' nu-  |         | 6        | 45             |
| merorum mediorum          |         | 1        | 39 54          |
| superiori addendam; e-    |         | 1        | 48 50 30       |
| ritq; vera longitudo Lu-  |         |          |                |
| næ quæ sita 17 22' =, uti | 1       | 48 50 30 | (4 32' 6"      |
| ex appposito diagram-     | 24      | 12       | 50'            |
| mate ad oculus patet.     |         | 17       | 22 =           |

*Observatio.*

Si sequum datum non in fronte sed in calce Tabulæ deprehendatur; Gradus numerentur ascendendo in latere dextro, & è regione similiter offertur numerus arealis ipsis competens.

E. g. Si quærat declinatio Solis in  $9^{\circ} 20'$ . Quoniam signum  $\Omega$  extat in calce Tabulæ declinationum Eclipticæ & quidem in columnâ medidâ: Igitur datos 9 gradus inquiri in margine dextro. Excerpto autem areales atq; operor priori modo:

|       |    |     |   |   |     |
|-------|----|-----|---|---|-----|
| 9     | 18 | 3   | 9 | 9 | ;   |
| 10    | 17 | 47  | 9 | 9 | 20  |
| <hr/> |    |     |   |   |     |
| 1     | —  | 16' | 0 | — | 20' |
|       |    |     |   |   | 16' |

$5' 20''$  p. prop. subtr.  
 $18 \ 3 \ 9$  arealis præcedens  
 $17 \ 57' 49''$  decl.  $\odot$  quæsitâ.

*Probl. 27.*

Dato numero areali, in Tabulâ non expresso, numerum lateralem ipsi competentem scrutari.  
 Cum dato numero areali fiat ingressus in arcum

arcum Tabulæ datæ, quærendo duos numeros, inter quos datus cadit: Illi excerpantur, & cuius suus in secundo loco adjungatur lateralis, at in tertio loco sub areali minore statuat arealis datus, lineâ tamen istis locis, ut ante, interjectâ. Porro subducantur à se invicem numeri sibi subjecti tum areales, tum laterales ac dicatur:

Ut differentia numerorum arealium — ad differentiam numerorum lateraliū — sic differentia arealis minoris & dati — ad partem proportionalem laterali minori semper adjungendam.

Quo facto, inventus erit verus numerus lateralis quæsitus.

Ut si detur Ascensio Recta  $45^{\circ} 50'$  & quærat arcus Eclipticæ ipsi correspondens? Ex Tabulâ Ascensionum Rectarum excerpto duos areales, inter quos cadit datus, eosq; cum lateraliibus disponotaliter:

|       |    |     |    |   |    |    |     |          |
|-------|----|-----|----|---|----|----|-----|----------|
| 45    | 31 | 30  | 18 | 8 | 45 | 31 | 30  |          |
| 46    | 31 | 55  | 19 |   | 45 | 50 |     |          |
| <hr/> |    |     |    |   |    |    |     |          |
| 1     | 0  | 25" | 1  | — | 18 | 30 | 00" | (18' 22" |
|       |    |     |    |   |    |    | 1   | 0 25"    |

Datæ igitur Ascensioni Rectæ correspondent  $18^{\circ} 18' 22''$  &. Namq;  $1^{\circ}$  si ducatur in numerum tertij loci, relinquit eum immutatum. Hinc sola

divisione juxta obs. 1. Probl. 25. eliciuntur scilicet  
pula, 18 gradibus & adjungenda.

*Probl. 28.*

**Dato numero frontali & laterali**

li, quorum nec ille in fronte tabulæ aut  
columnæ, nec hic in latere præcisè  
reperitur, verum numerum are-  
alem investigare.

Cum dato numero laterali per Probl. 26. sit  
duplex ingressus in tabulam seu columnam nu-  
meri frontalis, dato frontali tum proximè mi-  
noris, tum proximè majoris, & inquirentur  
competentes duo numeri areales. Porro assum-  
pti frontales, itemque inventi areales à se invicem  
subtrahantur & dicatur.

*Est differentia numerorum frontalium — ad differ-  
entiam arealium — sic differentia frontalis minoris & dato-  
rum — ad partem proportionalem, per quam (uti in Probl.  
26) similiter inventus arealis prior, obtinebitur  
verus numerus arealis quaesitus.*

E. g. Sub elevatione poli 58 15 inquirendi  
sit ascensio obliqua 24 40 8 ex Tabulis directi-  
onum regionum montani. Quoniam vero in his Ta-  
bulæ ascensionum obliquarum ad solos gradus  
elevationis sunt supputatæ; Igitur cum 24 40  
& ingredior Tabulam pro latitudine seu eleva-  
tione

tione tum 58 tum 59 constructæ & eruo ex utraq;  
ascensionem dato puncto Eclipticæ competen-  
tem mediante Probl. 26.

| In latit. 58.          |       |       |   | In latit. 59.            |       |       |   |
|------------------------|-------|-------|---|--------------------------|-------|-------|---|
| 24 8                   | 18 33 | 24    | 8 | 24 8                     | 17 31 | 24    | 8 |
| 25 8                   | 19 3  | 24 40 | 8 | 25 8                     | 17 31 | 24 40 | 8 |
| 1 — 30 — 40            |       |       |   | 1 — 28 — 40              |       |       |   |
| 30                     |       |       |   | 28                       |       |       |   |
| Pars prop. add. 20 0"  |       |       |   | P. prop. add. 18 40"     |       |       |   |
| 18 33'                 |       |       |   | 17 3'                    |       |       |   |
| Asc. obl. corr. 18 53' |       |       |   | Asc. obl. corr. 17 21 40 |       |       |   |

Ab his alia tursus sumenda est pars propor-  
tionalis secundum proportionem minorum, in-  
tegris gradibus datæ elevationis adhaerentium  
hoc modo:

| Latit. 58.     |          |    |     | 58             |     |     |  |
|----------------|----------|----|-----|----------------|-----|-----|--|
| 18 53'         | 0        | 58 |     | 17 21 40       | 58  | 15' |  |
| 59             | 17 21 40 | 58 | 15' | 1 — 1 31 20    | 15' |     |  |
| 15'            |          |    |     | 7 5 0          |     |     |  |
| 15 45          |          |    |     | 22 50" 0"      |     |     |  |
| P prop. subtr. |          |    |     | P prop. subtr. |     |     |  |

ex Ascens. prior 18 53' 0  
Sic remanet 18 30' 10" Vera ascensio  
obliqua quaesita. Simi-

Similiter in Theoricis & calculo Eclipticæ eruantur digiti Ecliptici, scrupula incidentiæ, & latitudo Lunæ in circulo verticali & id genus alia

*Probl. 29.*

**Dato numero frontali & areali quorum neuter in Tabula exactè invenitur, verum numerum Lateralem indagare.**

Juxta præscriptum problematis 27. fiat iterum duplex introitus cum dato areali in tabulam vel columnam dato frontali proximè minorem & proximè majorem, atq; eruantur convenientes duæ laterales. De differentia autem horum lateraliū denuo sumatur pars proportionalis secundum proportionem minorum, dato frontali adherentium; Factâ enim per eam limitatione lateralis prioris, constabit verus lateralis quæsitus, uti in Probl. 28.

E.g. Sub elevatione poli  $58^{\circ} 15'$  detur ascensio obliqua  $18^{\circ} 30' 10''$  & quæzatur verus arcus Eclipticæ ipsi respondens? Sic operor

| Elev. $58^{\circ}$                                    | Elev. $59^{\circ}$                                |
|---|---|
| $18^{\circ} 4'   23^{\circ} 8'   18^{\circ} 4'$       | $18^{\circ} 30'   27^{\circ} 8'   18^{\circ} 30'$ |
| $18^{\circ} 2'   24^{\circ} 8'   18^{\circ} 30' 10''$ | $19^{\circ} 02^{\circ} 8'   18^{\circ} 30' 10''$  |
| $29' - 1' - 26' 10''$                                 | $30' - 1' - 10''$                                 |
| $26^{\circ} 10' 0''' (54' 8'')$                       | $10^{\circ} 0''' (20'')$                          |
| 29  | 30  |

|                    |                          |
|--------------------|--------------------------|
| Elev. $58^{\circ}$ | $23^{\circ} 54' 8''$     |
| $59^{\circ}$       | $27^{\circ} 0' 20'' 8''$ |

|                  |       |              |
|------------------|-------|--------------|
| $1^{\circ} - 3'$ | $6'$  | $12'' - 15'$ |
|                  | $15'$ |              |

|                       |                    |
|-----------------------|--------------------|
| $46^{\circ} 33' 0'''$ | Pars prop. add.    |
| $23^{\circ} 54' 8''$  | $8''$ lateral. pr. |

$24^{\circ} 40' 41''$  & Arcus Eclipticæ quæsitus;

*Probl. 30.*

**Ex dato numero Logistico**

**Radicem quadratam extrahere.**

Extractio radicis Logistica similis est vulgari, de qua actum fuit in Probl. 13. dummodo ea, quæ ibi dicebantur de singulis notis, hic accipiantur de singulis periodis seu speciebus, & loco vulgaris operationis adhibeatur multiplicatio & divisio Logistica. Namq; primò punctantur alteræ species in locis paribus, videlicet Sexagenæ  $24^{\circ} 44' 6''$  nec non scrupula  $24^{\circ} 44' 6''$  addendo cistram juxta observ. 1. citati probl. 13. si denominatio à dextris est impar.

Hac punctatione præmissa, ad utramq; diagonalem Trapezy & Trianguli quæritur numerus



rus quadratus, numero primi à sinistris puncti vel æqualis vel proximè minor, ejusq; frontalis vel lateralis numerus notatur post lunulam; At quadratus à numero primi puncti subtrahitur residuumq; superscribitur. Sic absoluta est operatio prima.

In secundâ & reliquis operationibus; Quotus duplicatus subjicitur proximè sequenti speciei, & quoties indicio Tabulæ Hexacontadon continetur in numero istius puncti conjicitur, pro genere quo quotus annotatur non solum post lunulam sed etiam sub ipso puncto operationis. Porro assumptus ille quotus ducitur in divisorem subscriptum; *factusq;* ipsi puncto operationis & reliquis versus sinistram periodis subscriptus, si vel æqualis vel minor est numero superiore, ab eo subtrahitur, residuo, si quod est, supra eum cancellatum collocato: *sin fuerit major*; Quotus una vel aliquot unitatibus minuendus est, donec tenendo inveniatur idem in dividendo maximè possibilis. Tandem dimidietur denominatio numeri quadrati, & inventa erit denominatio radicitus.

E.g. Extrahenda sit Radix quadrata (quam alij vocant latus tetragonum) ex hoc numero

$$\begin{array}{r} 53 \text{ } 8' \text{ } 0'' \text{ } 36''' \\ 52 \text{ } 24 \text{ } 27 \\ 53 \text{ } 8 \text{ } 0 \text{ } 36 \\ 52 \text{ } 16 \text{ } 52 \text{ } 27 \\ 1 \\ 51 \text{ } 36 \text{ } 9 \end{array}$$
 Igitur quamprimum punctus distinctus est modo appositus; ad diagonalem primo Trapezy, deinde Trianguli perambulo areas

& tandem invenio numero primi puncti (53 8) proximè minorem hunc 52 16; Quo, ex suo superiore sublato, remanent 52. Sed radix 56 post lunulam notata pro secunda operatione duplicatur, ut acquiratur novus divisor 1 52, cujus posterior species 52 sub sequente 0 & 1 sub præcedente numero 52 collocatur. Jam queritur quoties 1 hoc loco contineatur in 52; & post unam atq; alteram meditationem invenio vices septies. Hinc 27 in quoto & sub 36 scribo; factaq; multiplicatione 27 in 1 52 27, qui producit numerus 51 36 9, subtrahitur à 52 0 36 & remanent 24 27.

Huic residuo, si calculi usus postularer, posset addici, *duæ cifrae* & extractio radicitus continuari; sed hac vice in operatione secundâ acquiescimus. Cumq; ultima species quadrati denominabatur à scrupulis quartis, dico ultimam speciem radicitus denotare scrupula secunda, adeoq; totam radicem esse 56' 27".

Atq; sic juxta methodum susceptam absoluta est *Arithmetica præceptis generalibus*: Compendia vero calculi traduntur partim in *Rhabdologia meâ*, anno 1652 hic excusa, partim in *radicamentis meis praxios Italica*. DEO, qui omnia in numero, pondere & mensurâ condidit, sit laus, honor & gloria in secula seculorum. Amen.

(\*\*\*\*)

# INDEX PROBLEMATUM

## Arithmeticae generalis.

*Probl. 1. Numerorum seriem notis majusculis representare*

2. Numerum notis majusculis designare.

3. Numerum notis majusculis scriptum enuntiare.

4. Numerum integrum notis minusculis descriptum esse ferre.

5. Numerum integrum notis minusculis describere.

6. Numeros integros in unam summam colligere

7. Numerum integrum minorem à majore subtrahere.

8. Numeros integros multiplicare

9. Numeros integros dividere.

10. Fractiones simplices notare.

11. Fractiones compositas notare.

12. Fractiones compositas in simplices reducere.

13. Datorum duorum numerorum communem mensuram maximam invenire.

14. Fractionem ad minimos terminos reducere.

15. Fractionis valorem in integro scrutari.

16. Valorem fractionis in minori moneta, pondere vel mensura cognoscere.

17. Integra resolvere in fractiones

18. Unam fractionem in aliam cujuscunque de nominatōnis reducere.

19. Diversas fractiones ad eandem denominationem reducere.

20. Fractionem majorem à minori dignoscere.

21. Fractiones addere.

22. Fractionem minorem à majore subducere.

23. Fractiones multiplicare

24. Fractionem majorem per minorem dividere

25. Numeros mistos ad fractiones puras reducere

26. Numi

## INDEX.

26. Numeros mistos sibi invicem addere ibid.  
 27. Numeros mistos ab invicem subtrahere 47  
 28. Numeros mistos inter se multiplicare 48  
 29. Numeros mistos dividere 49  
 30. Numeros pares & impares discernere 53  
 31. Omnes numeros pariter pares invenire 54  
 32. Omnes numeros impariter pares invenire 55  
 33. Numeros pariter impriterque pares indagare ibid.  
 34. Numerorum per se compositorum mensuram investigare 56  
 35. Datus numerus utrum sit per se primus vel compositus explorare 57  
 36. Datus alicujus numeri compositi omnes divisores primos invenire ibid.  
 37. Datus alicujus numeri compositi omnes divisores compositos investigare 59  
 38. Datus numerus compositus quot modis componatur describere 60  
 39. Datus numerus utrum sit perfectus abundans vel diminutus explicare 61  
 40. Omnes numeros perfectos indagare. 62  
 41. Trium vel plurium numerorum communem mensuram maximam invenire 63  
 42. Datus duobus numeris, utrum sint inter se primi vel compositi explorare 64  
 43. Datorum duorum numerorum communem residuum minimum investigare. 65  
 44. Datorum trium pluriumve numerorum communem residuum minimum invenire. 66  
 45. Datorum numerorum rationem investigare. 70  
 46. Inventum numerorum rationem pronuntiare. ibid.  
 47. Datas rationes ad eandem consequentes reducere 72  
 48. Datus duobus rationibus, utra earum major vel minor sit, cognoscere. 74  
 49. Datas rationum speciei minimos terminos invenire. ibid.  
 50. Datis minimis terminis vel etiam quibuscunque numeris alicui

# INDEX.

- alicuius speciei, omnes numeros in eadem ratione indagare. 74
81. Datis rationes in unam summam colligere. 75
82. Rationes ab invicem subtrahere. 77
83. Rationes multiplicare. 79
84. Rationes dividere. 80
85. Proportionis Arithmetica proprietatem cognoscere. 83
86. Datis in disjuncta proportionem arithmetica duobus mediis & uno extremo, alterum extremum invenire. *ibid.*
87. Datis in disjuncta proportionem arithmetica duobus extremis & uno mediorum; alterum medium indagare. 84
88. Datis in progressionem arithmetica duobus extremis, mediuum investigare. *ibid.*
89. Datis in progressionem arithmetica medio & uno extremo, alterum extremum invenire. *ibid.*
90. Datis progressionis arithmetica terminos continuare. 85
91. Datis extremis & numero terminorum progressionis arithmetica, ejus differentiam investigare. 87
92. Datis extremis & numero terminorum Progressionis arithmetica, terminos intermedios elicere. 87
93. Datis in progressionem arithmetica numero terminorum, uno extremo & differentia; alterum extremum indagare. 88
94. Datis progressionis arithmetica termino primo, una cum differentia; terminum quolibet optatum reperire. 89
95. Datis in progressionem arithmetica extremis & differentia; numerum terminorum cognoscere. *ibid.*
96. Datis extremis & numero terminorum progressionis arithmetica; eorumque summam invenire. 90
97. Continuae proportionis Geometrica proprietatem exponere. 93
98. Datis in proportionem continuam trium terminorum medio & uno extremo; alterum extremum invenire. 94
99. Datis duobus vel pluribus terminis proximis in progressionem geometrica; reliquos succedentes quantum libet investigare. *ibid.*
70. Datis

# INDEX.

70. Datis ratione & principio progressionis geometrica; eandem quantum libet continuare. 95
71. Datis duobus terminis continuis, vel ratione & principio progressionis geometrica; ejusdem terminum optatum compendiose invenire. 96
72. Datis duorum terminorum progressionis geometrica indicibus & facto; quotus hic sit terminus ejusdem cognoscere. 99
73. Datis in progressionem geometrica duobus terminis, uno nempe remotior & alio precedente, una cum indicibus eorumdem; alterum illius factorem, ejusque indicem concludere. *ibid.*
74. Datis cujuscunque rationis, extra multiplicem & submultiplicem, terminis minimis; eandem in numeris integer tribus, quatuor, quinque &c continuare. 100
75. Terminorum progressionis geometrica summam compendiose indagare. 101
76. Terminorum subdupla & subtriplex progressionis specialem proprietatem cognoscere. 103
77. Datis in Regula Triam tres numeros proportionales rite disponere. 106
78. Quartum terminum directe proportionale investigare. 111
79. Quartum proportionalem inventum examinare. 113
80. Tribus terminis rite dispositis; quartum reciproce proportionalem invenire. 117
81. Quartum reciproce proportionalem examinare. 119
82. Datis quosque numeros proportionales in ordinem digerere. 122
83. In Regula Dupli sextum terminum directe proportionalem invenire. 125
84. In Regula dupli sextum terminum reciproce proportionalem indagare. 125
85. Sextum terminum proportionale inventum examinare. 128
86. Datis quibusvis terminis principalibus absque circumstantiis; summam proportionaliter distribuere. 130
87. Datis

37. *Datis terminis principalibus cum diversis circumstantiis; summam proportionaliter distribuere.* 131
38. *Dato communi valore misti; alterutrum duorum alligandorum additamento alterius emendare vel attenuare.* 137
39. *Dato communi valore misti; duorum ad certum pondus vel mensuram commiscendorum proportionem cognoscere.* 143
40. *Duarum rerum miscendarum alteram, manente ejus mensura vel pondere dato, in melius aut vilius commutare.* 146
41. *Datis tribus vel pluribus numeris, quorum unus statuto pretio vel major vel minor est; rerum ad certum pondus vel mensuram miscendarum proportionem investigare.* 148
42. *Dato communi valore misti; duobus alligandis additamentum tertium attemperare.* 150
43. *Datis quatuor numeris alligandis, quorum duo sunt statuto pretio majores, duos simul eodem minores; rerum miscendarum proportionem investigare.* 151
44. *Datis quinque numeris alligandis, quorum duo sunt statuto pretio vel majores vel minores; rerum miscendarum proportionem investigare.* 156
45. *Datis rerum miscendarum pretiis communem valorem invenire.* 159
46. *Ex falsis positionibus verum numerum quaesitum eruere.* 161

## Arithmeticae specialis.

1. *Numeros decimales notare.* 169
2. *Numeros decimales addere.* 171
3. *Numeros decimalem minorem a majore subtrahere.* 173
4. *Numeros decimales multiplicare.* 174
5. *Numeros decimales dividere.* 176
6. *Datis tribus numeris decimalibus quartum proportionalem investigare.* 180
7. *Pedes digitos & grana decempedatum in pedes, digitos & grana duodecempedarum, quindecempedarum & c. convertere.* 181

8. *Pedes digitos & grana duodecempeda & c. in pedes, digitos & grana decempeda convertere.* 184
9. *Tabulam tetragoniam construere.* 190
10. *Quemlibet numerum millenario minorem beneficio tabulae tetragonicae quadrare & cubare.* 193
11. *Ex dato quadrato vel cubo, beneficio tabulae tetragonicae, Radicem quadratam & cubicam extrahere.* 193
12. *Propositum uinum quadrare.* 194
13. *Ex dato numero quadrato radicem quadratam extrahere.* 195
14. *Datum numerum cubicare.* 202
15. *Ex dato numero cubico Radicem cubicam extrahere.* 203
16. *Inter duos numeros datos medium continue proportionalem investigare.* 210
17. *Inter duos numeros extremos datos, duos medios continue proportionales indagare.* 218
18. *Numeros Logisticos notare.* 217
19. *Numeros vulgares integros ad Logisticos reducere.* 219
20. *Numeros vulgares fractionis in Logisticos convertere.* 220
21. *Numeros Logisticos ad vulgares reducere.* 221
22. *Numeros Logisticos addere.* 222
23. *Numeros Logisticos ab invicem subtrahere.* 224
24. *Numeros Logisticos multiplicare.* 226
25. *Numeros Logisticos dividere.* 232
26. *Dato Numero laterali in tabula non extante, ipsi competentem numerum arealem venari.* 238
27. *Dato numero areali, in Tabula non expresso, numerum lateralem ipsi competentem scrutari.* 243
28. *Dato numero frontali & laterali, quorum nec ille in fronte tabulae aut columna, nec hic in latere praefixi reperitur, verum numerum arealem investigare.* 244
29. *Dato numero frontali & areali, quorum neuter in Tabula exacte invenitur, verum numerum lateralem indagare.* 246
30. *Ex dato numero Logistico Radicem quadratam extrahere.* 247